

**MECANISMO DE INCENTIVO EN NEGOCIOS DE CONCESIONES  
VIALES EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA VALORACIÓN DE  
OPCIONES REALES**

**Trabajo presentado como requisito parcial para optar al título de magíster en  
Administración Financiera**

**Mauricio Orlando Castro Castaño<sup>1,2</sup>**

**Asesor: Hernán Herrera Echeverri, Ph. D.**

**UNIVERSIDAD EAFIT  
ESCUELA DE ECONOMÍA Y FINANZAS  
MAESTRÍA EN ADMINISTRACIÓN FINANCIERA  
BOGOTÁ  
2015**

---

<sup>1</sup> Agradezco al profesor Hernán Herrera Echeverry, Ph. D., director de la Maestría en Administración Financiera (MAF) de la Universidad EAFIT, por su importante colaboración como asesor y lector de este trabajo, fundamental para darle el enfoque final que presenta. También agradezco al economista Carlos Alejandro Núñez por su importante contribución al mencionado trabajo, así como al economista Holman Rojas y al ingeniero industrial William Martínez por el tiempo y las discusiones sostenidas en relación con el tema. Por último, quiero dedicar el trabajo a la memoria del profesor Diego Echeverry Campos, Ph. D., un faro cuya luz sigue iluminando a quienes alguna vez fuimos alcanzados por ella.

<sup>2</sup> mauricastro2@gmail.com

# MECANISMO DE INCENTIVO EN NEGOCIOS DE CONCESIONES VIALES EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA VALORACIÓN DE OPCIONES REALES

## Resumen

En este trabajo se hace una propuesta de mejora del mecanismo de incentivo incorporado en la actualidad en los contratos de cuarta generación de concesiones viales (4G), asociado con los ingresos por recaudo de peaje. La propuesta busca utilizar la teoría de opciones reales para otorgar al concesionario la flexibilidad gerencial y operativa que le permita tomar decisiones estratégicas que puedan derivar en mayores participaciones sobre ingresos futuros de peaje, al tiempo que le otorga al Estado la posibilidad de dar un mejor uso a los recursos públicos destinados al pago de posibles contingencias por menores ingresos de tráfico. En la metodología propuesta, la variable del tráfico vehicular se modela como una serie de tiempo que se descompone en unos factores de tendencia, estacionalidad y aleatoriedad, lo que permite simular escenarios de ingresos con el fin de comparar las posibles entradas del privado con compensaciones por caídas de tráfico frente a las que tendría el mismo con el ejercicio de la opción de renunciar a posibles compensaciones con el fin de acceder a una mayor participación de ingresos de peaje futuros, con el propósito de determinar el valor de la opción real y mostrar el beneficio que le genera al proyecto la flexibilidad que se le otorga al concesionario. Varios autores han utilizado el enfoque de modelar el tráfico vehicular a través de series de tiempo. Como ejemplos, para más detalle ver los trabajos de Williams y Hoel (2003) y Ghosh, Basu y O'Mahony (2007).

Palabras clave: concesiones viales, 4G, incentivos, opciones reales.

## Abstract

*This paper presents a proposal for enhancing the current incentive mechanism implemented in the 4G highway concessions program in Colombia, related to toll revenues. The proposal seeks to utilize real options theory in order to provide an option to the concessionaire in terms of the managerial flexibility that allows it to make strategic decisions which ultimately might end up in a higher share of additional toll revenues with the public agency, along with the possibility for the public agency to give a better use of public resources directed to pay off traffic revenue contingencies. In the proposed methodology the traffic is the key variable and it is modeled as a time series constituted by three main factors, namely: Growth, seasonality and randomness, which is considered a more suitable approach to modeling traffic behavior. Several authors have utilized the same approach of modeling vehicular traffic flow as a time series, for example, Williams and Hoel (2003) and Ghosh, Basu and O'Mahony (2007). Using a Montecarlo simulation it is possible to generate revenue scenarios in order to determine the option value and the benefits given by the flexibility to the project.*

*Key words: highway concessions, 4G, incentives, real options.*

# 1 INTRODUCCIÓN

La insuficiencia de una adecuada infraestructura de transporte se ha convertido en uno de los obstáculos más importantes para el incremento de la competitividad del país en el entorno regional y para el crecimiento sostenido de su economía. De acuerdo con el reporte de competitividad global 2014-2015 del Foro Económico Mundial (WEF, por su sigla en inglés; Schwab, 2014), en cuanto a la calidad de la infraestructura de transporte, Colombia ocupa el puesto 108 entre 144 países; de manera específica, en el modo carretero ocupa el puesto 126 entre 144, con una calificación por debajo del promedio de los países de Suramérica y solo por encima de Paraguay y Venezuela. En el subsector carretero, desde mediados de la década de los noventa se adoptó una política de vinculación del capital privado para la construcción, el mantenimiento y la operación de la infraestructura vial requerida para cerrar la brecha existente. Como resultado de dicha política se ha adjudicado una cantidad significativa de contratos de concesiones viales, con inclusión –a mediados de septiembre de 2015– dieciocho proyectos de las denominadas primera y segunda olas de la reciente cuarta generación de concesiones (4G), que han contribuido o contribuirán al mejoramiento de la red vial nacional. Sin embargo, esto ha implicado el ofrecimiento por parte del Gobierno de una serie de garantías o incentivos sin los cuales habría sido más complicado atraer el interés del sector privado.

No obstante lo anterior, el nivel de ofertas en firme para los proyectos de 4G de la primera ola fue del orden de 2.33 en promedio<sup>3</sup>, menor que el nivel de ofertas esperado si se consideran la

---

<sup>3</sup> Es importante anotar que para los proyectos de la segunda ola, el nivel de ofertas en firme fue de 3.77 en promedio.

buena promoción del programa, los ajustes en términos de asignación de riesgos y los mejores estudios y diseños en la fase de estructuración, así como la estructura financiera y legal desarrollada para el programa. La anterior situación merece un análisis más detallado de la estructura de los negocios de las concesiones viales de 4G, con el objetivo de realizar el mejor diagnóstico posible y propender por los ajustes necesarios, incluyendo una revisión de los mecanismos de incentivos ofrecidos en la actualidad, en aras de maximizar la probabilidad de éxito de la colocación en el mercado de los proyectos faltantes del programa.

En este trabajo se busca analizar el mecanismo de incentivo actual de los contratos de 4G en relación con los ingresos por concepto de peaje y se propone una mejora de dicho mecanismo, utilizando para el efecto la teoría de opciones reales, a través del otorgamiento al privado<sup>4</sup> de una flexibilidad gerencial y operativa que le permita tomar decisiones estratégicas que puedan derivar en mayores participaciones sobre ingresos futuros de peaje y que, en últimas, pueda contribuir al objetivo de promover una mayor presentación de ofertas en firme para los proyectos futuros.

A continuación se hace un resumen de literatura. Con posterioridad se describe el mecanismo de incentivo por ingresos por recaudo de peajes y se expone la debilidad que se encuentra en el mismo. Luego se explica la propuesta de mejora del mecanismo de incentivo actual, incluyendo los objetivos del trabajo y la metodología que se utilizará. Por último se hace una aplicación de la

---

<sup>4</sup> En el presente documento las denominaciones “concesionario(s)”, “contratista(s)” y “sector privado” o “privado” se tratan sin distinción alguna, por lo cual se aclara que se trata del mismo agente.

metodología al caso de estudio, que corresponde al corredor vial Ibagué-Mariquita-Honda y se exponen las conclusiones.

## **2 MARCO TEÓRICO**

### **2.1 Literatura académica relacionada con el objeto de estudio**

Las opciones reales son una aproximación sistemática y una solución integrada que usa teoría financiera, análisis económico, teoría de gerencia, estadística y modelación econométrica aplicada a la teoría de opciones con el fin de evaluar activos reales a diferencia de los activos financieros, en un ambiente dinámico y de incertidumbre en el que las decisiones son flexibles dentro del contexto de tomas de decisiones estratégicas de inversión, valoración de oportunidades de inversión e inversión en proyectos de capital (Mun, 2002).

Copeland y Antikarov (2001) afirmaron que las opciones reales reemplazarían la metodología del valor presente neto (VPN) como el paradigma central para las decisiones de inversión, dado que el VPN falla en forma sistemática al no considerar el valor de la flexibilidad operacional que puede existir en los procesos de tomas de decisiones estratégicas y que puede adicionar valor a un proyecto determinado, si se ejerce de manera adecuada.

Por su parte Mun (2002) señaló que las valoraciones corporativas no van a seguir dependiendo de análisis de los fundamentales tradicionales sino de las expectativas sobre el futuro. Las estrategias de inversión con alto riesgo e incertidumbre o decisiones corporativas

irreversibles, combinadas con flexibilidad gerencial, proveen los mejores candidatos para la aplicación de las opciones reales.

Según Castillo (2013), en muchos casos los proyectos de inversión ofrecen flexibilidades operacionales a quienes los realizan; las mismas son opciones que pueden agregar valor a los proyectos. En ciertos casos, el valor agregado por ellas puede representar una enorme fracción del valor total del proyecto mientras que en otras el valor agregado será más discreto. Dicho valor puede ser estimado utilizando la metodología de valoración de opciones.

A continuación se presenta una lista de ejemplos –que no pretende ser exhaustiva– de algunos trabajos adelantados en el tema de opciones reales enfocados en proyectos de infraestructura, de modo específico en concesiones viales, y se ofrece una breve explicación de cada uno de ellos.

Lara y Sánchez (s.f.) evalúan concesiones de autopistas, mediante el desarrollo conceptual y general de un modelo de valoración de concesiones que utiliza el método de opciones reales. En su análisis establecen que las opciones por lo general encontradas en los pliegos de condiciones contractuales consultadas son europeas del tipo compra (*call*) y venta (*put*), aunque pueden existir otros casos. Entre las opciones que con mayor frecuencia se pueden encontrar se tienen: garantías de tráfico mínimo o limitaciones de tráficos máximos, compensaciones a la explotación si los niveles de tráfico no alcanzan los valores previstos, pago de cánones si los niveles de tráfico superan los estimados en el caso base, posibles ampliaciones de capacidad del proyecto o

inversión en nuevos tramos viales, inversión en nuevas concesiones, si existen premios en la adjudicación por la experiencia adquirida en concesiones previas, abandono temprano de la concesión, rescates anticipados y prolongación del tiempo de la concesión.

Charoenpornpattana, Minato y Nakahama (2003) realizan un análisis de soportes gubernamentales en proyectos de concesión vial de tipo BOT<sup>5</sup> y proponen el enfoque de las opciones reales como un método para diseñar y formular dichos soportes otorgados por los gobiernos para la ejecución de tales proyectos. En su análisis se enfocan, en lo primordial, hacia las garantías de tráfico mínimo y los peajes sombra<sup>6</sup>, por tratarse de soportes que tienen la característica de mejorar el flujo de caja al limitar sus posibles caídas. El punto principal es que dichos soportes pueden ser vistos como “paquetes de opciones” otorgados por el gobierno al inversionista privado. De esta forma exploran el diseño y formulación de dichos soportes con base en la teoría de opciones reales. En el caso de la garantía de tráfico mínimo, el paquete de opciones está constituido por una serie de opciones de venta anualizadas (con períodos de vencimiento anual) a lo largo de la vida del proyecto.

En fecha reciente y en el marco de la décimo octava conferencia internacional sobre opciones reales, realizada en el mes de julio de 2014 en la sede de la Universidad EAFIT en Medellín, Podhraski y Berk (2014) presentaron un análisis comparativo sobre diferentes metodologías de valoración, a saber: El método de simulación de Montecarlo (SMC) y otra basada en el

---

<sup>5</sup> Por la sigla en inglés de *build, operate, transfer*.

<sup>6</sup> En el esquema de soporte a través de peajes sombra, los usuarios de la carretera no le pagan en forma directa al concesionario, sino que es el gobierno el que le paga al privado en función del mayor o menor volumen de tráfico que circule por la vía.



movimiento browniano geométrico (MBG), sobre la base del argumento de que las metodologías de valoración deben considerar los cambios en la volatilidad de los flujos de caja del proyecto. Algunas de sus conclusiones son que en los casos en los que las tasas de crecimiento de tráfico son decrecientes, el MBG produce menores ingresos que aquellos de la SMC y mayores ingresos a los arrojados por la SMC con tasas crecientes. De lo anterior concluyen que cuando las tasas de crecimiento iniciales son mayores que las tasas promedio, el MBG subestimaré los ingresos del proyecto, lo que deriva hacia mayores valores de garantías (que las arrojadas a través del SMC). Lo contrario resultará en el caso de tasas iniciales menores al promedio, es decir, el MBG sobreestima los ingresos, mediante la generación de menores niveles de garantías, comparadas con las arrojadas a través del SMC. Además, muestran que la diferencia entre la SMC y el MBG es aún mayor cuando los flujos de caja del proyecto son más volátiles, haciendo que los resultados a través del MBG puedan ser más “inexactos”.

De lo anterior se puede observar que las garantías de tráfico o ingreso mínimo garantizado han sido uno de los tipo de opciones reales más utilizadas con el fin de facilitar la entrada del sector privado en la ejecución de proyectos de infraestructura carretera, por tener el efecto de minimizar la percepción sobre los riesgos de no obtener las rentabilidades esperadas en esta clase de negocios, asociados sobre todo con la incertidumbre sobre el comportamiento futuro del tráfico vehicular durante el tiempo de duración de los proyectos.

## **2.2 Breve introducción a las opciones financieras**

Las opciones financieras ofrecen a sus propietarios el derecho a comprar o vender un activo determinado a un precio fijo en algún momento en el futuro (Mascareñas, 2014a).

Una opción *call* (compra) es el derecho, mas no la obligación, de comprar un activo pagando por el último el precio de ejercicio (el precio al que se tiene derecho a comprar el activo subyacente durante el período de la vida de la opción). Al momento del ejercicio, el valor de la opción es la diferencia entre el valor del activo (en el caso de acciones, es el precio de la acción en el mercado) y el precio de ejercicio.

En este caso, el comprador de la opción paga una prima (el precio de la opción) para tener el derecho, en el futuro, de solicitar el activo subyacente, mientras que el emisor de la opción de compra recibe el valor de la prima con la obligación de entregar el activo subyacente si así lo exige el comprador de la opción.

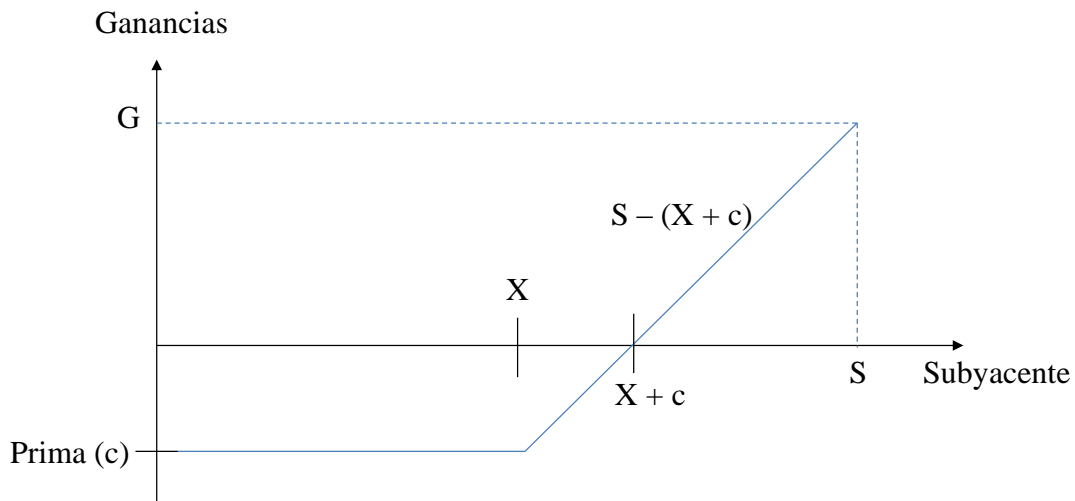
Una opción *put* (venta) es el derecho, mas no la obligación, de vender un activo para recibir el precio de ejercicio (el precio al que se tiene derecho a vender el activo subyacente durante el período de la vida de la opción). Al momento del ejercicio, el valor de la opción es la diferencia entre el precio de ejercicio y el valor del activo.

En este caso, el comprador de la opción de venta paga una prima por el derecho de vender el activo subyacente al precio de ejercicio, mientras que el emisor de la opción de venta recibe el

valor de la prima con la obligación de comprar el activo subyacente al precio de ejercicio si así lo exige el comprador de la opción.

En términos generales, las opciones que pueden ser ejercidas solamente en la fecha de su vencimiento o expiración se llaman europeas. Aquellas que pueden ser ejercidas en cualquier momento de su vida se denominan americanas (Mascareñas, 2014a).

Las opciones pueden llegar a no tener ningún valor o cero si el del activo subyacente se ha movido en dirección contraria a las expectativas del adquiriente en la fecha en la que expira la opción (Mascareñas, 2014a), caso en el cual la máxima pérdida asumida por el comprador de la opción es el precio de la prima que pagó por la misma.



**Gráfica 1.** Perfil para el propietario de una opción de compra

Fuente: Adaptado de Mascareñas, J. (2014a). *Mercado de derivados financieros: futuros y opciones* (p. 26). Recuperado el diecinueve de septiembre de 2015, de: [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2312019](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2312019)

...

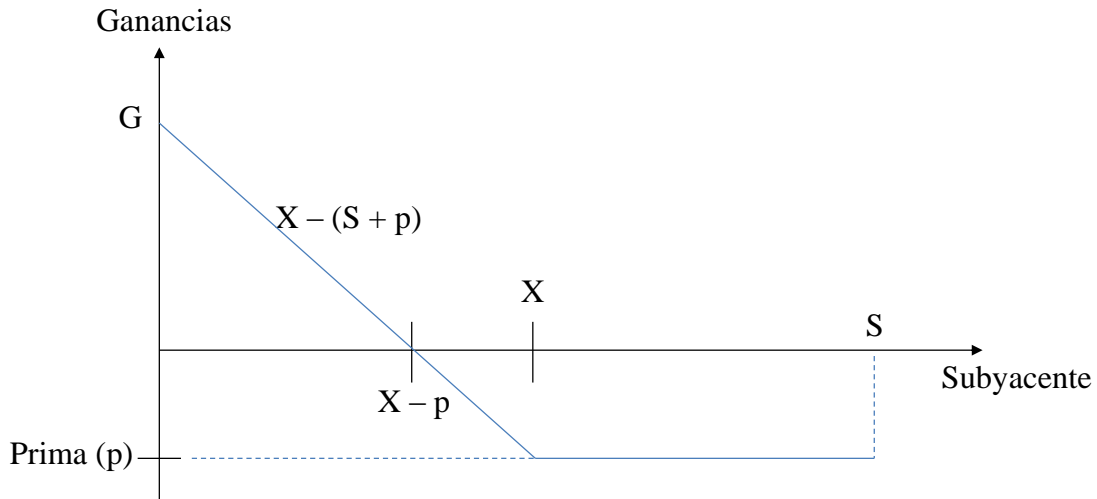
En la figura anterior se ilustra como el tenedor de la opción de compra paga el precio de la prima (c) esperando que en algún momento el valor del subyacente (S) sea mayor que el precio de ejercicio (X), de tal manera que al ejercer el derecho de comprar el subyacente al precio de ejercicio X pueda vender el activo en el mercado al precio S y ganarse la diferencia<sup>7</sup>  $S - X$ . La ganancia total (G)<sup>8</sup> será la diferencia  $S - X$  menos el precio de la prima pagada, es decir,  $S - (X + c)$ .

En la figura siguiente se ilustra cómo el propietario de la opción de venta paga el precio de la prima (p) para adquirir el derecho de vender el activo subyacente al precio de ejercicio (X). En el momento en que el valor del activo subyacente S esté por debajo de X, ejercerá la opción con el fin de limitar su pérdida, con lo que obtendrá la diferencia entre X y S. El beneficio total (G) será la diferencia  $X - S$  menos el precio de la prima que pagó por la opción, es decir,  $X - (S + p)$ .

---

<sup>7</sup> Denominado valor intrínseco de la opción.

<sup>8</sup> Conocido como el valor extrínseco de la opción.



**Gráfica 2.** Perfil para el propietario de una opción de venta

Fuente: Adaptado de Mascareñas, J. (2014a). *Mercado de derivados financieros: futuros y opciones* (p. 31). Recuperado el diecinueve de septiembre de 2015, de: [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2312019](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2312019)

### 2.3 Metodologías de valoración de opciones y aplicaciones

Existen diferentes enfoques metodológicos para valorar opciones financieras que van desde modelos con estructuras de árboles binomiales y multinomiales, modelos lognormales (hipótesis sobre la que se basa el modelo continuo de Black-Scholes) y métodos de simulación (de Montecarlo) hasta reducción de varianza y otras técnicas numéricas (Mun, 2002). Su uso depende, entre otras cosas, de la complejidad del caso o del proyecto en estudio, que requiere, en algunas situaciones, modelos de valoración más avanzados.

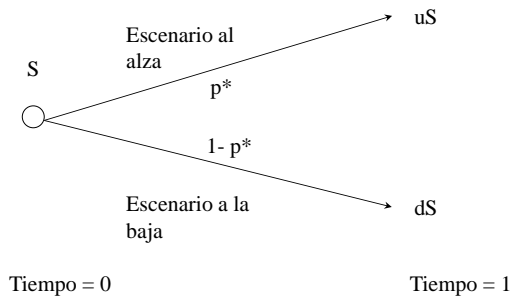
Para efectos de esta introducción se presenta una breve explicación de los modelos binomial y lognormal de valoración de opciones.

### **2.3.1 Modelo binomial**

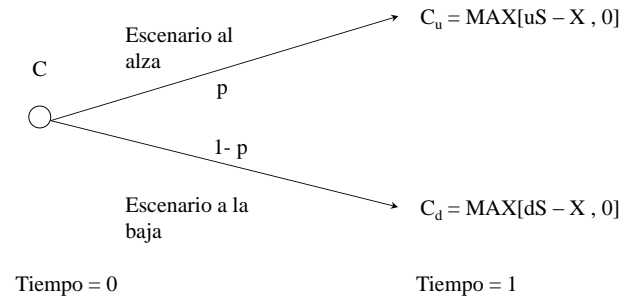
El modelo, desarrollado por Cox, Ross y Rubinstein y publicado a finales de la década de los setenta del siglo XX, supone que el activo subyacente sigue un proceso binomial. Cada período el precio del subyacente  $S$  puede ser afectado (multiplicado) por dos choques aleatorios alternativos,  $u$  o  $d$ , que incorporan la volatilidad del precio del subyacente, para dar como resultado dos posibles valores del subyacente, a saber:  $uS$  o  $dS$  (Castillo, 2013).

La probabilidad del evento  $u$  es  $p^*$  y la probabilidad del evento  $d$  es  $(1 - p^*)$ .

Frente a ese escenario de incertidumbre es posible analizar el valor de una posible opción; para el efecto, se supone que es una opción de compra de tipo europeo, es decir, solo se puede ejercer en su fecha de vencimiento. Además se realiza el ejercicio para un solo período, tal y como se ilustra en los siguientes esquemas.



**Gráfica 3.** Variación del precio del activo



**Gráfica 4.** Valor de la opción de compra

Fuente: Adaptado de Castillo, A. (2013, julio). Tópicos de valoración de empresas: usos de la metodología de valoración de opciones. Valoración de empresas con opciones reales (diapositivas 28 y 29). Medellín: Universidad EAFIT. Curso realizado en el marco de la escuela de verano.

De esta manera, el cálculo del valor de la opción de compra (C) es el siguiente:

$$C = [C_u (p) + C_d (1 - p)] (1/(1 + r_f))$$

Donde:

$C_u$ : valor intrínseco que toma la opción al final del período, en el escenario al alza.

$C_d$ : valor intrínseco de la opción al final del período, en el escenario a la baja.

$p$ : probabilidad "neutral al riesgo" del escenario al alza, calculada como:

$$p = (1 + r_f - d)/(u - d)$$

$r_f$ : tasa libre de riesgo.

Es importante anotar que  $p$  y  $(1 - p)$  parecen pero no son probabilidades. Las verdaderas probabilidades  $p^*$  y  $(1 - p^*)$  no aparecen en la fórmula (Castillo, 2013).

De forma análoga se puede deducir la ecuación para el cálculo del valor de una opción de venta:

$$P = [P_u (p) + P_d (1 - p)] (1/(1 + r_f))$$

Donde:

$P_u$  = valor intrínseco que toma la opción al final del período, en el escenario al alza, calculado como el  $\text{MAX} [X - uS, 0]$ .

$P_d$  = valor intrínseco de la opción al final del período, en el escenario a la baja, calculado como el  $\text{MAX} [X - dS, 0]$ .

### **2.3.2 Modelo lognormal**



Es un modelo más realista que el binomial en el sentido que supone que el tiempo es una variable continua y que el valor del activo subyacente también lo es, lo que equivale a conjeturar que existen infinitos valores del activo subyacente en cualquier instante futuro de tiempo; además, supone que el valor del subyacente sigue un proceso lognormal (no puede tomar valores negativos) o que el retorno del activo subyacente sigue un proceso normal (distribución normal con media y desviación estándar conocidas o estimables) (Castillo, 2013).

El modelo de Black-Scholes, desarrollado por Fischer Black y Miron Scholes en conjunto con Robert Merton y publicado a principios de los años setenta del siglo pasado, se fundamenta en la hipótesis de lognormalidad del valor del activo subyacente ( $S$ ), en que la estructura del precio del subyacente sigue un movimiento browniano geométrico, con parámetros de tendencia ( $\mu$ ) y volatilidad ( $\sigma$ ) constantes, y en que este, a su vez, sigue un proceso estocástico de Markov-Wiener; el último tiene la siguiente forma (Mun, 2002):

$$dS = \mu S dt + \sigma S dZ$$

Donde

$$dZ = \varepsilon \sqrt{dt}$$

$dZ$  es un proceso de Wiener con  $\varepsilon$  como un número aleatorio que se distribuye en forma normal estándar  $N(0,1)$  y  $dt$  como el vencimiento de la opción en años dividido por el número de períodos definidos para la valoración.

Los otros supuestos incluyen elementos como la existencia de un mercado eficiente, sin el riesgo de oportunidades de arbitraje y sin costos de transacción ni impuestos. El cambio en los precios también se supone que es continuo e instantáneo.

Con los anteriores supuestos, el modelo de Black-Scholes se resume como sigue (para el caso de una opción de compra europea que no paga dividendos) (Castillo, 2013):

$$C = S N(d_1) - X e^{-rfT} N(d_2)$$

Donde:

C = valor de la opción de compra.

S = precio del activo subyacente hoy.

X = precio del ejercicio.

rf = tasa libre de riesgo anual compuesta de manera continua.

T = plazo al vencimiento, en años (o consistente con volatilidad y rf).

$N(d_1)$  y  $N(d_2)$  se refieren a la distribución estándar acumulada, es decir,  $d_1$  y  $d_2$  poseen distribución normal con media cero (0) y desviación estándar uno (1), y

$$d_1 = [\ln(S/X) + (rf + (\sigma^2 / 2)) T] / (\sigma \sqrt{T})$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

Como se puede observar, el modelo de Black-Scholes corresponde a un proceso continuo de simulación mientras que el de árboles binomiales es discreto<sup>9</sup>(Mun, 2002).

A continuación se presentan algunos de los tipos de opciones reales que existen en la actualidad y que, en términos generales, se pueden clasificar en tres grandes grupos (Mascareñas, 2014b):

- Opción de diferir: proporciona el derecho a posponer la realización de un proyecto o de una inversión durante cierto tiempo, en el que se puede reducir la incertidumbre asociada a la inversión. Esta opción es más valiosa en proyectos en los que una empresa tiene derechos exclusivos para invertir en un proyecto y va perdiendo valor conforme las barreras de entrada desaparezcan. Es similar a una opción de compra sobre el valor actual de los flujos de caja esperados del proyecto y cuyo precio de ejercicio es el de realizar el proyecto en la fecha de vencimiento de la opción. Debido a que la realización anticipada del proyecto implica renunciar a la opción de diferirlo, el valor de la opción es una especie de costo de oportunidad, lo que justifica la realización del mismo solo cuando el valor actual de los flujos de caja es mayor que el correspondiente del desembolso inicial por una cantidad igual al valor de la opción de diferirlo. Según Castillo (2013), esta opción puede ofrecer diferentes beneficios como

---

<sup>9</sup> En el límite, cuando el número de períodos de tiempo se aproxima a cero y el número de pasos se aproxima al infinito, el modelo de árboles binomiales y multinomiales se aproxima a los resultados obtenidos a través del modelo de Black-Scholes y al del movimiento browniano, que es un proceso de simulación estocástico continuo.

mejores precios de venta esperados, menores costos de producción y aumento en las ventas físicas esperadas, entre otros.

- Opción de inversión o de crecimiento: la opción de ampliar un proyecto le da el derecho a su propietario de adquirir una parte adicional del mismo a cambio de un costo adicional y obtener un proyecto de mayor tamaño, que le permita aumentar el volumen de producción cuando las condiciones de mercado son anormalmente favorables (aún si los costos de producción se incrementan). Si los precios u otras condiciones del mercado resultan mucho más favorables que lo esperado en la etapa inicial, una empresa podría acelerar sus planes de expansión de la producción incurriendo en un costo adicional X. Esto es similar a adquirir una opción de compra sobre una parte adicional del proyecto base, con un precio de ejercicio igual a X. Esta opción solo se ejercería cuando el comportamiento futuro del mercado se vuelva favorable de manera clara.
- Opción de reducir o de abandono: la opción de reducción de alcance otorga el derecho de disminuir o, incluso, de abandonar en forma permanente o temporal el alcance de las operaciones de explotación de un proyecto, cuando el potencial del negocio cae o desaparece. En este caso, una empresa no tendría que seguir incurriendo en costos fijos porque se vislumbra una mejora en los precios de sus productos o porque existan otras causas que aconsejen el abandono definitivo del proyecto. En ese sentido, la empresa tendrá la opción de abandonar un proyecto a cambio de un valor residual (que puede ser el valor de liquidación o la venta de la compañía, etc.). Esta opción se

asimila a una opción de venta de tipo americano, cuyo precio de ejercicio es el valor residual o el de la mejor alternativa posible.

### **3 DEBILIDAD DEL ESQUEMA ACTUAL**

Para la asunción del riesgo comercial por no obtención de los ingresos esperados por concepto de peaje, la Agencia Nacional de Infraestructura (ANI) estableció una estructura de compensaciones parciales a lo largo de la vida útil del proyecto, de tal forma que cada cierto tiempo (en períodos definidos con antelación en el contrato), se revisa el comportamiento real de los ingresos del proyecto, se comparan contra los ingresos estimados en el caso base en dichos períodos y si se genera la necesidad de una compensación monetaria al privado, se realiza la misma a través de una provisión que de manera anticipada debe ir realizando la entidad contratante en el Fondo de Contingencias de las Entidades Estatales, creado mediante la ley 448 de 1998, reglamentada, en lo primordial, a través del decreto 423 de 2001 (Presidencia de la República, 2001) y originario del Ministerio de Hacienda y Crédito Público.

Los períodos para revisar las posibles compensaciones están definidos en el contrato de la siguiente forma: se realiza un primer corte en el año 8 de concesión (contado desde la fecha de inicio del contrato) y luego en los años 13, 18, 25 y 29. Es importante anotar que en la revisión de ingresos del año 25, en el caso de existir alguna compensación por entregar al concesionario, la misma no se efectúa en dinero sino a través de la ampliación del plazo del contrato por cuatro años más, hasta el año 29 del mismo, en el que se hace el último corte del contrato y, en el caso que se requiera pagar alguna diferencia entre el ingreso en realidad obtenido en el mismo y el ingreso “garantizado” establecido en el mismo, tal compensación se le paga al concesionario.

En cualquier momento de ejecución del contrato se podrá calcular el valor presente de los ingresos por peaje (VPIP), acumulado hasta el mes  $m$  del momento del cálculo, conforme a la formula siguiente, según información publicada en la página web [www.contratos.gov.co](http://www.contratos.gov.co) para contratos de la la Agencia Nacional de Infraestructura en la modalidad de asociaciones público privadas, tomando como ejemplo los documentos de base del proceso No VJ-VE-IP-LP-001-2013, corredor Girardot-Honda-Puerto Salgar, adjudicado en época reciente:

$$VPIP_m = \sum_{i=1}^m \frac{Peajes_i}{(1 + TDI)^{i+q}} + \sum_{j=1}^J \Delta_{F=5j+3}$$

Donde,

$VPIP_m$  = valor presente al mes de referencia,  $m$ , del recaudo de peaje y compensaciones por diferencia de recaudo, acumulado hasta el dicho mes.

$Peajes_i$  = valor del recaudo de peaje en el mes  $i$  expresados en pesos constantes del mes de referencia.

$TDI$  = tasa de descuento real de los ingresos expresada en términos de efectivo mensual.

$i$  = contador de cada uno de los meses desde la fecha de inicio hasta el mes  $m$ .

$m$  = mes en que se hace el cálculo del  $VPIP_m$ .

$q$  = número de meses transcurridos desde el mes de referencia hasta la fecha de inicio.

$F$  = año correspondiente al  $\Delta_F$  que se calcula:  $\Delta_8$ ,  $\Delta_{13}$  o  $\Delta_{18}$ , según corresponda.

$J$  = límite superior de la sumatoria de los  $\Delta_F$ . Si  $m \leq 96$ ,  $\Delta_F = 0$ ; para  $96 < m \leq 156$ ,  $J = 1$ ; para  $156 < m \leq 216$ ,  $J = 2$ , y para  $m > 216$ ,  $J = 3$ .

$j$  = contador de la sumatoria de  $\Delta_F$  que recorre los valores enteros de 1 en 1, desde el límite inferior de la sumatoria hasta el límite superior  $J$ .

$\Delta_F$  = corresponde a la diferencia entre el  $VPIP_F$  y el recaudo de peaje hasta el mes  $F$ .

A su vez, el cálculo de  $\Delta_F$  se realiza a través de la siguiente fórmula:

$$\Delta_F = VPIP_F - \sum_{i=1}^f \frac{Peajes_i}{(1 + TDI)^{i+q}}$$

Donde,

$VPIP_F$  = valor presente del recaudo de peajes hasta el año  $F$  ( $VPIP_8$ ,  $VPIP_{13}$  y  $VPIP_{18}$ , cuyos montos están definidos con anticipación en el contrato, según corresponda).

$f$  = número de meses transcurridos entre la fecha de inicio y el año  $F$ . Cuando  $F = 8$ ,  $f = 96$ ; cuando  $F = 13$ ,  $f = 156$  y cuando  $F = 18$ ,  $f = 216$ .

Las demás variables tienen el mismo significado de la fórmula para el cálculo del  $VPIP_m$ .

La figura del  $VPIP$  es una adaptación del mecanismo de adjudicación propuesto a mediados de los años noventa por Engel, Fischer y Galetovich (1996), denominada menor valor presente de los ingresos (MVPI), en español, o LPVR (*least present value of revenues*), en inglés, aunque en el caso del programa de 4G el mecanismo de adjudicación no es el MVPI, sino el menor valor de aportes públicos (en vigencias futuras) solicitado por los oferentes.



Es importante anotar que las posibles compensaciones al concesionario por diferencia entre el recaudo contractual y el real también estarán sujetas a la medición de un índice de cumplimiento asociado con los indicadores de desempeño y estándares de calidad definidos para las diferentes etapas del proyecto.

En línea con lo anterior, se establece en el contrato que en el caso de que  $\Delta_F$  sea menor que cero o no se realicen compensaciones en ninguno de los períodos 8, 13 o 18,  $\Delta_F$  será igual a cero. De esta forma, la fórmula del  $VPIP_m$ , se transforma en la siguiente (para realizar el cálculo del  $VPIP$  acumulado sin compensaciones):

$$VPIP'_m = \sum_{i=1}^m \frac{Peajes_i}{(1 + TDI)^{i+q}}$$

Donde,

$VPIP'_m$  = valor presente de ingresos por peaje, en el mes de referencia  $m$ , calculado sin compensaciones por diferencia de recaudo.

Las demás variables tienen el mismo significado de la fórmula para el cálculo del  $VPIP_m$ .

Como parte de la generación de incentivos al concesionario, se determinó, además, que en el momento –previo al año 25– que el obtenga el ingreso esperado, en valor presente ( $VPIP$ , cuyo monto se establece de manera anticipada en el contrato), podrá acceder a un porcentaje de ingresos por recaudo de peaje, adicionales a los ya obtenidos hasta ese momento y cuyo valor

estará sujeto al nivel de cumplimiento de los indicadores de desempeño y a compensaciones por no obtención del ingreso esperado, que con antelación haya realizado la entidad contratante.

A partir de que –en una fecha previa al año VEINTICINCO (25) contado desde la fecha de inicio– el  $VPIP_m$ , (...), iguale el VPIP, el Concesionario tendrá derecho, a partir de dicha fecha, al porcentaje del Recaudo de Peaje 1 (%RP1) –ponderado por el Índice de Cumplimiento de cada mes en que esa retribución se cause–. A partir de que el  $VPIP'_m$ , (...), iguale el VPIP, se aplicará el porcentaje de Recaudo de Peaje 2 (%RP2), en vez del %RP1 (ANI, 2014, p. 51).

En otras palabras, en el caso de que el concesionario haya recibido compensaciones por ingreso en algunos de los cortes establecidos en el contrato, a partir del momento en el que obtenga el VPIP estimado para el año 25, y hasta la fecha de terminación del contrato de concesión, podrá acceder al porcentaje del recaudo de peaje 1 (%RP1). Por otro lado, si el concesionario obtuvo el VPIP estimado para el año 25 sin necesidad de ser compensado por ingreso, podrá acceder a partir de ese momento, y hasta la fecha de terminación del contrato de concesión, al porcentaje del recaudo de peaje 2 (%RP2), mayor que %RP1.

Las variables %RP1 y %RP2 se definen en el contrato y de manera determinística para cada uno de los procesos del programa de 4G<sup>10</sup>.

---

<sup>10</sup> En el caso del proceso No VJ-VE-IP-LP-001-2013, corredor Girardot-Honda-Puerto Salgar, los valores definidos en el contrato fueron 11% para el %RP1 y 50% para el %RP2, en su orden.

El mecanismo del incentivo propuesto en el programa de 4G, en el que se le da al concesionario la posibilidad de acceder a un porcentaje de ingresos adicionales por recaudo de peaje, ofrece una solución válida para minimizar, en parte, una de las asimetrías que tiene el mecanismo del MVPI relacionado con la imposibilidad del concesionario de acceder a un *upside* de ingresos<sup>11</sup> en los momentos en los que los ingresos reales del proyecto sean mejores que los estimados en el caso base, a la vez que introduce incentivos que pueden servir para el mejoramiento o, como mínimo, el mantenimiento de la calidad de la infraestructura, como el mencionado por Tirole (1997). Tal y como están regulados en la actualidad los contratos del programa de 4G, en el caso de que haya que compensar al concesionario en alguna(s) de la(s) fecha(s) de corte previa(s) para la obtención del VPIP, se procederá con dicha compensación a través de los recursos dispuestos en los diferentes fondos establecidos para tal fin; sin embargo, eso implica que, a partir de ese momento, el concesionario solo podrá acceder en el futuro al menor de los porcentajes de recaudo establecidos en el contrato (en este caso: %RP1), en el escenario de que el VPIP, en última instancia, se obtenga antes del año 25. El hecho de solo poder acceder en el futuro al %RP1, en el caso de que de manera anticipada se hayan realizado compensaciones por ingreso, podría generar un desincentivo para el concesionario que puede ser subsanado a través de la implementación de una opción real que le permita acceder al %RP2, en función del comportamiento futuro del tráfico.

---

<sup>11</sup> Esto es, el acceso a unos ingresos adicionales por encima de un umbral definido. En teoría, en un proyecto que presente un buen comportamiento de tráfico, adjudicado a través de un mecanismo de MVPI, el concesionario debería obtener el VPI de manera anticipada, por lo que habrá de revertirse la infraestructura al Estado sin la posibilidad de acceder a ingresos adicionales, generando una asimetría en el esquema.

### 3.1 Esquema propuesto

El objetivo del presente trabajo consiste en proponer un ajuste al esquema de incentivo actual mediante el otorgamiento al contratista de la opción de renunciar a eventuales compensaciones de ingresos de peaje, de tal manera que, en función del conocimiento y las proyecciones propias que el mismo tenga sobre el comportamiento del tráfico del proyecto en el futuro, pueda tener la posibilidad de acceder al mayor porcentaje de recaudo adicional de ingresos en el contrato (en este caso: %RP2).

En cada fecha de corte se revisará el  $VPIP_m$  obtenido en realidad vs el  $VPIP_F$  garantizado en el contrato para dicha fecha de corte; si el  $VPIP_m$  real es menor que el  $VPIP_F$  contractual, el concesionario tendrá dos posibilidades: que le sea compensada la diferencia o renunciar a la misma a la espera de que el tráfico mejore para en el futuro poder acceder al %RP2. En la siguiente fecha de corte se vuelve a realizar el análisis para determinar si ejerce la opción de renunciar a la eventual compensación de ese corte o si solicita que le sea compensada la diferencia. Este proceso continúa a lo largo de las diferentes fechas de corte del contrato hasta el momento de la obtención del  $VPIP$  estimado para el año 25. A partir de ese momento, y hasta la finalización del contrato de concesión, el concesionario podrá acceder al %RP2 si no tuvo que ser compensado antes, o en su defecto, acceder al %RP1 si escogió ser compensado en alguna de las fechas de corte.

De esta manera, se busca generar un incentivo mayor, siempre y cuando en el análisis global haya una ganancia para las partes, pues, por un lado, la entidad pública contratante puede generar ahorros al no tener que pagar contingencias por compensaciones de ingreso (lo que le permitirá seguir fondeando dichos recursos para eventuales contingencias posteriores), con lo que se logra una disminución en la presión fiscal y presupuestal, así como una optimización en los perfiles de los planes de aportes y, por otro lado, le permitirá al privado acceder a un mayor porcentaje de posibles ingresos futuros de peaje –adicionales a los destinados para la obtención del VPIP–.

Este esquema le otorga al privado una mayor flexibilidad en decisiones operacionales y estratégicas, lo cual podría verse reflejado en una mayor participación del sector privado en el desarrollo de dichos proyectos y, por ende, en el mejoramiento de los indicadores de ofertas en firme de los procesos contractuales, debido a la percepción sobre la posibilidad de obtener una mayor rentabilidad en el negocio que esté acorde con el costo de capital del privado, aún en proyectos en los que la tasa de descuento establecida por el Estado no refleje a la perfección dicho costo de capital.

## **3.2 Caso de estudio. Tramo vial: Ibagué-Mariquita-Honda**

### **3.2.1 Descripción del corredor**

El tramo Ibagué-Mariquita-Honda es una vía de primer orden que pertenece a la red vial nacional a cargo del INVIAS, con una longitud aproximada de 129 km (entre origen y destino). Está conformado por una calzada sencilla de dos carriles de circulación bidireccional y discurre hacia el norte del departamento del Tolima. Cuenta con dos estaciones de peaje denominadas Alvarado y Honda.

Una de las razones para la escogencia de este tramo vial es su ubicación física, paralela en casi toda su longitud al corredor del proyecto de 4G Girardot-Honda-Puerto Salgar (en adelante: G-H-PS), con la ventaja de que existe información histórica de los peajes de Alvarado y Honda, a diferencia del corredor de G-H-PS, que no cuenta con estaciones de peaje existentes.

### **3.2.2 Supuestos**

Como parte del ejercicio académico que se busca desarrollar en este trabajo, es necesario establecer una serie de supuestos para facilidad en su implementación:

Primero, se supone que se trata de una vía POR concesionar en la QUE el contratista ganador se desempeñará de manera diligente, de tal forma que en las diferentes etapas del proyecto cumplirá de manera satisfactoria con los indicadores de desempeño o los estándares de calidad establecidos en el contrato, o subsanará los problemas presentados dentro de los períodos de cura o corrección permitidos, de tal modo que no se hará acreedor a multas, retenciones o disminuciones de ingreso que puedan distorsionar los cálculos en relación con los ingresos obtenidos como producto de la remuneración a través de recaudos de peaje.

Segundo, se supone que el alcance de las intervenciones físicas y la percepción de riesgo del privado para el desarrollo del proyecto es similar al establecido para el proyecto G-H-PS (por tratarse de corredores paralelos y alternativos en la misma zona de influencia). Se considera que el supuesto anterior permite adoptar la tasa de descuento establecida por la ANI en el contrato para el último proyecto.

Tercero, dado que la tasa de descuento es fija y se define en forma explícita en el contrato de concesión para descontar los flujos de ingreso por recaudos de peajes, se supone que no hay posibilidad de arbitraje con la misma.

### **3.3 Características de la opción real**

Se considera que la opción real propuesta se puede asimilar a una de aplazamiento del derecho a un pago de dinero hoy por la posibilidad de obtener un pago mayor en el futuro, cuyo momento de ejercicio corresponde a alguno de los cortes de control para verificar la obtención del ingreso esperado. Si en ese momento se comprueba que el ingreso real acumulado, en valor presente, está por debajo del ingreso contractual (también en valor presente), el concesionario podrá ejercer la opción (entendida como el derecho, mas no la obligación) de renunciar a dicha compensación con el objetivo de poder acceder a un mayor porcentaje de ingresos adicionales en el futuro.

El precio que pagará el concesionario por la opción (la prima) será el valor esperado, en valor presente, de las compensaciones a las que renuncia en cada corte de control de ingreso; por otra parte, el beneficio para el Estado será el ahorro que se genera por el no pago de las compensaciones por disminución de ingreso a las que renuncia el concesionario al ejercer la opción.

Por último, el valor de la opción para el concesionario corresponderá a la diferencia entre el valor esperado del valor presente de los ingresos del proyecto al ejercer la opción y el de los ingresos del proyecto, con inclusión de compensaciones (sin ejercer la opción).

### **3.4 Resumen de la metodología para el cálculo del valor de la opción**



La metodología para el cálculo del valor de la opción se compone de los siguientes pasos:

- 1) Se realiza una recopilación de la información histórica del tráfico vehicular del proyecto caso de estudio, así como del valor de las tarifas de peaje que se cobran en la actualidad, a través del área técnica o la página web oficial de las entidad<sup>12</sup> que administra el corredor vial del caso de estudio.
- 2) Se desestacionalizan las series a partir del cálculo de índices estacionales. Dichos índices se obtienen de dividir las series originales por promedios móviles centrados y luego de promediar el efecto estacional para cada mes.
- 3) Sobre las series desestacionalizadas se realiza un análisis de tendencia<sup>13</sup> de las series para determinar los parámetros estadísticos que se utilizarán para el proceso de simulación y pronóstico del tráfico e ingresos futuros del proyecto.
- 4) La variable de tráfico por simular es una serie de tiempo que se puede desagregar en función de un componente de tendencia, otro de estacionalidad y uno más componente irregular (aleatorio); por lo tanto, se procede a calcular el último, que para el efecto se define como un modelo autorregresivo de orden 1<sup>14</sup>.

---

<sup>12</sup> Para el caso de estudio se obtuvo información del tráfico del área de peajes del Instituto Nacional de Vías (INVIAS) para el período 2001-2013; de igual forma, la información de tarifas por cada categoría vehicular de las estaciones de peaje del caso de estudio se descargó de la página [www.invias.gov.co](http://www.invias.gov.co). Es importante recordar que en este caso la variable por simular es el tráfico vehicular, dado que la tarifa es una variable menos incierta o volátil, pues se fija a través de resoluciones o actos administrativos expedidos por la autoridad competente (en el caso de vías de la red nacional es competencia del Ministerio de Transporte) y su ajuste en el tiempo casi siempre está amarrado al IPC.

<sup>13</sup> En este caso se realiza un análisis de tendencia lineal.

<sup>14</sup> A diferencia del proceso de simulación de acciones que siguen caminos aleatorios que pueden ser modelados a través del movimiento browniano geométrico (MBG), en el caso de la variable de tráfico se observa que, en general, su crecimiento no es exponencial, por efectos de la capacidad física de las carreteras que acotan a un máximo el

- 5) Obtenidos los parámetros del modelo autorregresivo explicativo del componente aleatorio, se verifica su significancia estadística y se procede a calcular la matriz de correlación entre los errores por categorías de peaje, que puede ser descompuesta como el producto de una matriz triangular inferior y la transpuesta de la misma. La matriz triangular inferior se conoce como la matriz de Cholesky<sup>15</sup> de la matriz original de correlaciones.
- 6) Se genera un vector de números aleatorios independientes no correlacionados que provengan de una distribución normal estándar, por cada categoría de peaje y con una longitud igual a la duración en meses del proyecto de concesión, con el objetivo de generar diferentes escenarios para la simulación.
- 7) Se multiplica el vector de números aleatorios por la transpuesta de la matriz de Cholesky para generar un vector con las propiedades de covarianza de las series de datos históricos.
- 8) Se procede al cálculo de la proyección del tráfico en sus diferentes categorías vehiculares de los peajes de estudio, mediante el empleo para tal fin de la metodología de descomposición de series de tiempo explicada en el paso No. 4 anterior.

---

posible crecimiento del tráfico vehicular; por otro lado, en las series de tráfico se observan comportamientos de autocorrelación serial, a diferencia de los cambios en los precios de las acciones en el tiempo, que se consideran independientes, en línea con la teoría de mercados eficientes.

<sup>15</sup> La descomposición de Cholesky se usa por lo general en el método de Montecarlo para simular sistemas con variables normales multivariadas.

- 9) Se calcula la proyección de las tarifas de peaje por categoría en el tiempo considerando las tarifas establecidas en el año de base de simulación y proyectándolas con el crecimiento del IPC. El ingreso estimado para el proyecto en el tiempo se obtiene de la multiplicación del vector de tráfico proyectado y la serie de tarifas proyectadas.
- 10) Una vez obtenida la información de ingresos (tráfico x tarifa), se realiza una simulación de Montecarlo para generar diferentes escenarios probabilísticos o caminos aleatorios de posibles ingresos (para el presente ejercicio se realizaron 10.000 simulaciones), con la misma probabilidad de ocurrencia.
- 11) Con los resultados de la simulación de Montecarlo se analizan los escenarios generados, sujetos a las restricciones contractuales establecidas (por ejemplo, si hubo compensación previa, si se obtuvo el  $VPI_{25}$  antes del año 25, etc.), con el fin de determinar los ingresos totales generados en cada escenario y así calcular el valor de la opción.
- 12) Por último, se calcula el valor esperado del valor presente de los ingresos totales de los escenarios de ingresos que cumplen las condiciones para ejercer la opción y se compara con el valor esperado de los ingresos de los escenarios en los que se tuvieron que realizar compensaciones. El promedio de la diferencia entre dichos valores corresponde al valor esperado de la opción real.

### 3.5 Descomposición de las series de tiempo

#### 3.5.1 Ajustes por tendencia cíclica y estacionalidad de las series

Con el objetivo de contar con un número de datos aceptable desde el punto de vista estadístico se decidió trabajar con los datos mensuales de las series de tráfico, que fue necesario ajustar por las fluctuaciones, tanto cíclicas como estacionales. Con las series desestacionalizadas se realizó una estimación lineal para el cálculo de los parámetros de crecimiento e intercepto de la tendencia de las series, de la forma:  $T_t = \hat{a} + \hat{b} \times t$

**Tabla 1.** Parámetros de crecimiento e intercepto en la estimación lineal

	ESTACIÓN DE PEAJE HONDA						ESTACIÓN DE PEAJE ALVARADO					
	CATEGORÍAS						CATEGORÍAS					
	1	1E	2	3	4	5	1	1E	2	3	4	5
<b>a</b>	49,175	5,906	23,923	2,658	3,974	4,315	46,555	6,782	16,884	1,830	2,795	3,598
<b>Error estándar a</b>	911	284	342	66	115	176	887	101	241	48	76	167
<b>Estadístico t</b>	54	21	70	40	34	24	52	67	70	38	37	22
<b>Valor de p</b>	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
<b>b</b>	60	2	58	-1	-7	47	199	-34	82	4	-4	42
<b>Error estándar b</b>	10	2	5	1	2	3	10	1	3	1	1	2
<b>Estadístico t</b>	6	1	12	-1	-4	18	20	-40	24	5	-4	18
<b>Valor de p</b>	0.00%	45.01%	0.00%	15.34%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.02%	0.00%
<b>r<sup>2</sup></b>	18.63%	0.82%	53.36%	1.75%	13.94%	73.93%	72.48%	95.89%	82.62%	18.49%	10.80%	72.30%

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 2.** Factores estacionales por mes por categoría<sup>16</sup>

ESTACIÓN DE PEAJE HONDA							ESTACIÓN DE PEAJE ALVARADO						
MES	CATEGORÍAS						MES	CATEGORÍAS					
	1	1E	2	3	4	5		1	1E	2	3	4	5
ENERO	1.58	1.12	1.01	0.89	0.89	0.97	ENERO	1.32	1.03	1.01	0.96	0.89	0.98
FEBRERO	0.84	0.95	0.92	0.88	0.87	0.90	FEBRERO	0.87	0.92	0.93	0.91	0.85	0.89
MARZO	0.95	1.01	0.97	0.91	0.91	0.91	MARZO	0.95	0.98	0.96	0.92	0.89	0.90
ABRIL	0.94	0.96	0.94	0.92	0.91	0.89	ABRIL	0.96	0.96	0.96	0.96	0.94	0.92
MAYO	0.84	0.94	1.04	1.07	1.07	1.05	MAYO	0.93	0.98	1.04	1.06	1.05	1.04
JUNIO	1.02	0.97	1.01	0.99	0.98	1.00	JUNIO	0.99	0.99	1.01	1.00	0.99	1.01
JULIO	1.07	0.98	1.06	1.05	1.05	1.07	JULIO	1.04	1.04	1.04	1.03	1.05	1.06
AGOSTO	0.95	0.99	1.07	1.11	1.18	1.09	AGOSTO	0.97	1.03	1.03	1.04	1.17	1.08
SEPTIEMBRE	0.78	0.96	0.97	1.08	1.10	1.02	SEPTIEMBRE	0.89	1.00	0.96	1.04	1.07	1.02
OCTUBRE	0.91	1.00	1.00	1.04	1.05	1.05	OCTUBRE	0.95	1.02	1.00	1.01	1.03	1.05
NOVIEMBRE	0.87	0.98	0.96	0.97	0.93	0.99	NOVIEMBRE	0.94	0.98	0.99	1.02	1.00	1.02
DICIEMBRE	1.24	1.12	1.02	0.98	0.93	0.95	DICIEMBRE	1.17	1.13	1.04	0.97	0.91	0.95

Fuente: elaboración propia.

### 3.5.2 Cálculo del componente irregular (aleatorio)

Para el componente irregular (aleatorio) asociado con el modelo de tráfico se establece un proceso autorregresivo de orden 1 de la siguiente forma:

$$Irregular_t = e^{r_t}$$

Con:

$$r_t = \rho r_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde,

<sup>16</sup> Para simplificación del ejercicio y para efectos del pronóstico estacional, se extrapolan los factores mensuales para los diferentes años de duración del proyecto.

$r_t$  = variable autorregresiva en el período t.

$r_{t-1}$  = variable autoregresiva en el período (t – 1).

$\rho$  = coeficiente de autorregresión.

$\varepsilon_t$  = error en t que se distribuye según  $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .

**Tabla 3.** Cálculo del coeficiente de autorregresión  $\rho$

	ESTACIÓN DE PEAJE HONDA						ESTACIÓN DE PEAJE ALVARADO					
	CATEGORÍAS						CATEGORÍAS					
	1	1E	2	3	4	5	1	1E	2	3	4	5
$\rho$	0.28	0.74	0.53	0.74	0.76	0.68	0.72	0.54	0.49	0.73	0.65	0.67
Error estándar de $\rho$	0.08	0.08	0.08	0.06	0.06	0.07	0.05	0.10	0.08	0.06	0.07	0.07
Estadístico t	3.55	9.26	6.63	11.77	12.22	10.06	13.21	5.33	6.03	11.49	9.39	9.72
Valor de p	0.05%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

Fuente: elaboración propia.

### 3.5.3 Cálculo de la matriz de correlación

Con la información de tráfico, tendencia y estacionalidad es posible obtener la del componente irregular de las series. De igual forma, conocido el valor del coeficiente de autorregresión para cada serie, se puede obtener el dato del error  $\varepsilon$  que se distribuye según una  $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ . La matriz de correlaciones se genera a partir de los errores estandarizados por categoría y por peaje.

**Tabla 4.** Matriz de correlaciones

	1 - Honda	1E - Honda	2 - Honda	3 - Honda	4 - Honda	5 - Honda	1 - Alvarado	1E - Alvarado	2 - Alvarado	3 - Alvarado	4 - Alvarado	5 - Alvarado
<b>1 - Honda</b>	1	0.13778852	0.09017295	-0.10933486	0.05189314	-0.0701757	0.772692054	-0.000696907	0.011667725	-0.012293979	-0.035528568	0.023768788
<b>1E - Honda</b>	0.13778852	1	0.28292881	0.04268962	-0.05876863	-0.03431069	0.353199089	0.020462521	0.019577451	-0.325258825	-0.047747458	-0.317597257
<b>2 - Honda</b>	0.09017295	0.28292881	1	0.40575446	0.43565147	0.48627794	0.008039646	0.251834397	0.756926307	0.221783161	0.335849644	0.391366587
<b>3 - Honda</b>	-0.10933486	0.04268962	0.40575446	1	0.65925585	0.51852387	-0.1283188	0.059562188	0.17769876	0.538328099	0.490483241	0.342265292
<b>4 - Honda</b>	0.05189314	-0.05876863	0.43565147	0.65925585	1	0.64825787	-0.004541374	0.012584668	0.317289101	0.439306938	0.712734449	0.499708316
<b>5 - Honda</b>	-0.0701757	-0.03431069	0.48627794	0.51852387	0.64825787	1	-0.106252613	-0.026290528	0.481513905	0.474137824	0.630347004	0.897497947
<b>1 - Alvarado</b>	0.77269205	0.35319909	0.00803965	-0.1283188	-0.00454137	-0.10625261	1	0.004938896	0.076079537	0.065687451	-0.064064801	-0.02429003
<b>1E - Alvarado</b>	-0.00069691	0.02046252	0.2518344	0.05956219	0.01258467	-0.02629053	0.004938896	1	0.207357559	0.124761342	0.086510594	-0.080393783
<b>2 - Alvarado</b>	0.01166773	0.01957745	0.75692631	0.17769876	0.3172891	0.4815139	0.076079537	0.207357559	1	0.312203992	0.316460214	0.540933511
<b>3 - Alvarado</b>	-0.01229398	-0.32525882	0.22178316	0.5383281	0.43930694	0.47413782	0.065687451	0.124761342	0.312203992	1	0.448752011	0.536910032
<b>4 - Alvarado</b>	-0.03552857	-0.04774746	0.33584964	0.49048324	0.71273445	0.630347	-0.064064801	0.086510594	0.316460214	0.448752011	1	0.621865426
<b>5 - Alvarado</b>	0.02376879	-0.31759726	0.39136659	0.34226529	0.49970832	0.89749795	-0.02429003	-0.080393783	0.540933511	0.536910032	0.621865426	1

Fuente: elaboración propia.

Se genera un vector de números aleatorios independientes no correlacionados y, con la ayuda de la aplicación *MATRIX*, se multiplica por la transpuesta de la matriz de Cholesky de la matriz de correlación, para generar un vector de choques normales correlacionados que hacen parte del componente aleatorio del factor irregular del modelo de simulación de tráfico vehicular.

### 3.5.4 Modelo de estimación del tráfico vehicular

Como se explicó con anterioridad, el tráfico vehicular se puede modelar como una serie de tiempo que puede descomponerse de la siguiente forma (Ordóñez Pinzón, s.f.):

$$\text{Tráfico}_t = \text{tendencia}_t \times \text{estacionalidad}_t \times \text{irregular}_t$$

La lógica que subyace en el modelo es que la tendencia es el comportamiento de largo plazo de la serie, que puede ser creciente o decreciente o no existir. El componente estacional

representa el patrón de comportamiento dentro del año y, por último, el componente irregular es la parte puramente aleatoria de la serie.

Con los componentes del modelo calculados antes se realiza la simulación del tráfico vehicular por categoría por peaje. El resultado de tráfico multiplicado por el de tarifas proyectadas por categoría y por peaje (tomando como base las tarifas que rigen para el año 2014 y proyectándolas con el IPC<sup>17</sup>), arroja la información de ingresos para el proyecto, en valor presente, descontados con la tasa de descuento establecida para el ejercicio a saber: 0.5672% efectivo mensual (ANI, 2014, p. 4), equivalente a 7.02% efectivo anual y acumulados hasta el horizonte de duración del proyecto (2043).

### **3.6 Simulación de Montecarlo para el cálculo de los escenarios de ingresos**

Con la información de tráfico y tarifas se calculan los ingresos para el año de referencia (2014) y se procede con la generación de 10.000 escenarios de ingresos a través de una simulación de Montecarlo (cada uno con la misma probabilidad de ocurrencia). Los valores esperados del VPIP para el caso base se calculan como el promedio de los valores de los escenarios generados en las fechas de corte establecidas en el contrato.

---

<sup>17</sup> La información de proyección del IPC se obtuvo de las proyecciones macroeconómicas de la Dirección de Política Macroeconómica del Ministerio de Hacienda y Crédito Público. La proyección está hecha hasta el año 2025, a partir del cual se supuso el mismo valor hasta el año final del horizonte del proyecto, es decir, 2043.



**Tabla 5.** Valores esperados de VPIP para el caso base en las fechas de corte contractuales como resultado de la simulación de Montecarlo

<b>Tiempo de corte</b>	8	13	18	25
<b>año</b>	2022	2027	2032	2039
<b>VPIP<sub>F</sub></b>	\$210.18	\$314.23	\$409.00	\$526.24

**(miles de millones)**

Fuente: elaboración propia.

### 3.7 Aplicación de restricciones contractuales para el cálculo de posibles compensaciones

Con los escenarios de ingreso generados se calculan los  $VPIP_m$  simulados para las diferentes fechas de corte contractuales y se comparan contra los  $VPIP_F$  respectivos del caso base, con el fin de determinar la necesidad de posibles compensaciones en cada uno de dichos escenarios. Las mismas se van acumulando y se tienen en cuenta en el cálculo de los valores de VPIP acumulado en las diferentes fechas de corte y hasta el final del horizonte del proyecto (para evitar una sobreestimación de los ingresos). Por último, se hace una comparación entre los ingresos totales del proyecto en valor presente (acumulado con compensaciones) y se compara contra el  $VPIP_{25}$  de referencia del caso base, con el fin analizar los diferentes escenarios a la luz de las restricciones contractuales establecidas, de tal manera que se determine cuál porcentaje de participación sobre los ingresos adicionales (por encima del valor del  $VPIP_{25}$ ) es aplicable (es decir: el  $\%RP1 = 11\%$  o el  $\%RP2 = 50\%$ ) y calcular dicha participación sobre los ingresos adicionales por encima del  $VPIP_{25}$ .

### 3.8 Cálculo del valor de la opción real

Los ingresos totales sin opción se calculan como la suma del  $VPIP_{25}$  más los ingresos adicionales resultantes del producto de la participación del %RP1 o el %RP2. Por otro lado, se calculan los ingresos finales sin compensación como la diferencia entre los ingresos finales (acumulados y que tienen en cuenta las compensaciones) y el total de las compensaciones, con el objetivo de aplicarle el %RP2 y obtener así el monto de ingresos adicionales que, sumado a los ingresos finales sin compensación, arrojan los ingresos totales con la opción.

En último lugar se calcula el máximo valor entre la diferencia de los ingresos totales con opción y sin opción y cero para cada uno de los escenarios generados y se calcula el promedio de dicho valor para todos los escenarios, para obtener de esta forma el valor esperado de la opción real.

**Tabla 6.** Valor de la opción real

<b>Valor de la opción (miles de millones)</b>
\$9.39

Fuente: elaboración propia.

## 4 CONCLUSIONES

Los resultados del ejercicio sobre el caso de estudio muestran que la incorporación de la flexibilidad gerencial y operativa le agregó valor al proyecto mediante la generación de un mayor nivel de ingresos por recaudo de peaje al privado, con el correspondiente ahorro para la Nación en términos del no pago de compensaciones por disminución de ingresos.

Varios de los trabajos de aplicación de opciones reales en proyectos de concesiones viales han estado enfocados hacia el análisis de la opción real como una opción o paquete de opciones de venta (*put*) que se ejerce en el momento en que el tráfico (y, por ende, los ingresos) cae por debajo de un mínimo garantizado. La estructura de la opción propuesta en el presente trabajo se puede asimilar a la de una opción de compra (*call*) en la que se renuncia a un pago hoy por la posibilidad de acceder a un mayor nivel de ingresos en el futuro.

En línea con Castillo (2013), es importante considerar las flexibilidades operativas presentes en esta clase de proyectos y tratar de valorarlas de manera adecuada para determinar su contribución al valor de los proyectos. En la medida en que esto se haga se mejorará la calidad de las decisiones de inversión.

Una alternativa para potenciar el interés del sector privado de vincularse al desarrollo de este tipo de proyectos podría ser la adopción de una política en la que el concesionario no tenga que

pagar una prima por la opción otorgada, siempre y cuando el beneficio económico que aporta el proyecto supere en forma significativa el valor de la opción real.

En la actualidad, la forma como se determinan los porcentajes de participación sobre ingresos adicionales de peajes (a saber: %RP1 y %RP2) se realiza en forma intuitiva. Se considera importante que se implementen herramientas cuantitativas y análisis más técnicos que permitan determinar cuáles deben ser los niveles óptimos de participación del concesionario sobre posibles ingresos adicionales de peaje. Lo anterior puede ser objeto de un estudio posterior.

El mecanismo de incentivo propuesto en este trabajo podría ser incorporado con facilidad en la estructura contractual de los proyectos futuros del programa 4G, con el objetivo de contribuir a incrementar el interés del sector privado para vincularse al desarrollo de los mismos. Sin embargo, habría que realizar un análisis sobre el eventual impacto de la incorporación del mecanismo, considerando que ya existen contratos del programa adjudicados y que no otorgan dicha opción a los concesionarios.

## REFERENCIAS

- Agencia Nacional de Infraestructura, ANI, Sistema Electrónico de Contratación Pública (2014). Proceso No VJ-VE-LP-IP-001 corredor Girardot – Honda – Puerto Salgar. *Colombia compra eficiente*. Recuperado el diecinueve de septiembre de 2015, de: <https://www.contratos.gov.co/consultas/detalleProceso.do?numConstancia=13-19-1442282>
- Castillo, A. (2013, julio). *Tópicos de valoración de empresas: usos de la metodología de valoración de opciones. Valoración de empresas con opciones reales*. Medellín: Universidad EAFIT. Curso realizado en el marco de la escuela de verano.
- Charoenpornpattana, S., Minato, T., & Nakahama, S. (2003). *Government supports as bundle of real options in BOT highways projects*. Recuperado el diecinueve de septiembre de 2015, de: <http://www.realoptions.org/papers2003/CharoenMinatoNakahama.pdf>
- Copeland, T., & Antikarov, V. (2001). *Real options. A practitioner's guide*. Nueva York: TEXERE LLC.
- Engel, E., Fischer, R., y Galetovich, A. (1996). Licitación de carreteras en Chile. *Estudios Públicos*, 61, 6-36.
- Ghosh, B., Basu, B., & O'Mahony, M. (2007). A bayesian time-series model for short-term traffic flow forecasting. *Journal of Transportation Engineering*, 133(3), 180-189.
- Instituto Nacional de Vías, INVIAS, (2014). *Mapa de carreteras 2014*. Recuperado el diecinueve de septiembre de 2015, de: <http://www.invias.gov.co/index.php/component/content/article/143-red-vial-nacional/hermes/1831-elmapadecarreteras2014>
- Lara, A., y Sánchez, A. (s.f.). *Evaluación de concesiones de autopistas considerando la teoría de opciones reales*. Recuperado el veintiuno de septiembre de 2015, de: [http://www.ciccp.es/biblio\\_digital/V\\_Congreso/congreso/pdf/010312.pdf](http://www.ciccp.es/biblio_digital/V_Congreso/congreso/pdf/010312.pdf)

- Mascareñas, J. (2014a). *Mercado de derivados financieros: futuros y opciones*. Recuperado el diecinueve de septiembre de 2015, de: [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2312019](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2312019)
- Mascareñas, J. (2014b). *Opciones reales en la valoración de proyectos de inversión*. Recuperado el diecinueve de septiembre de 2015, de: [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2314567](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2314567)
- Mun, J. (2002). *Real options analysis. Tools and techniques for valuing strategic investments and decisions*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Ordóñez Pinzón, H. (s.f.). *Metodología de descomposición de series de tiempo* Manizales: Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Departamento de Matemáticas y Estadística. Recuperado el veintiuno de septiembre de 2015, de: [http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4030006/lecciones/capitulocinco/5\\_2\\_1.html](http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4030006/lecciones/capitulocinco/5_2_1.html)
- Podhraski, D., & Berk, A. (2014, julio). Valuing path-dependent project-financed public private partnership: MCS vs. GBM. *18ª conferencia internacional sobre opciones reales, realizada en el 18º congreso anual internacional sobre opciones reales*. Medellín: Universidad EAFIT. Recuperado el veintiuno de septiembre de 2015, de: <http://realoptions.org/openconf2014/data/papers/14.pdf>
- Presidencia de la República (1998). *Ley 448, de 21 de julio de 1998, por medio de la cual se adoptan medidas en relación con el manejo de las obligaciones contingentes de las entidades estatales y se dictan otras disposiciones en materia de endeudamiento público* (Diario Oficial No. 43.345). Recuperado el veintiuno de septiembre de 2015, de: <http://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/normas/Norma1.jsp?i=6091>
- Presidencia de la República (2001). *Decreto 423, de 14 de marzo de 2001, por el cual se reglamentan parcialmente las leyes 448 de 1998 y 185 de 1995* (Diario Oficial No. 44.361). Recuperado el veintiuno de septiembre de 2015, de: <http://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/normas/Norma1.jsp?i=6095>

Schwab, K. (Ed.). (2014). *The global competitiveness report 2014-2015. Full data edition.*

Ginebra: World Economic Forum, WEF. Recuperado el veintiuno de septiembre de 2015,

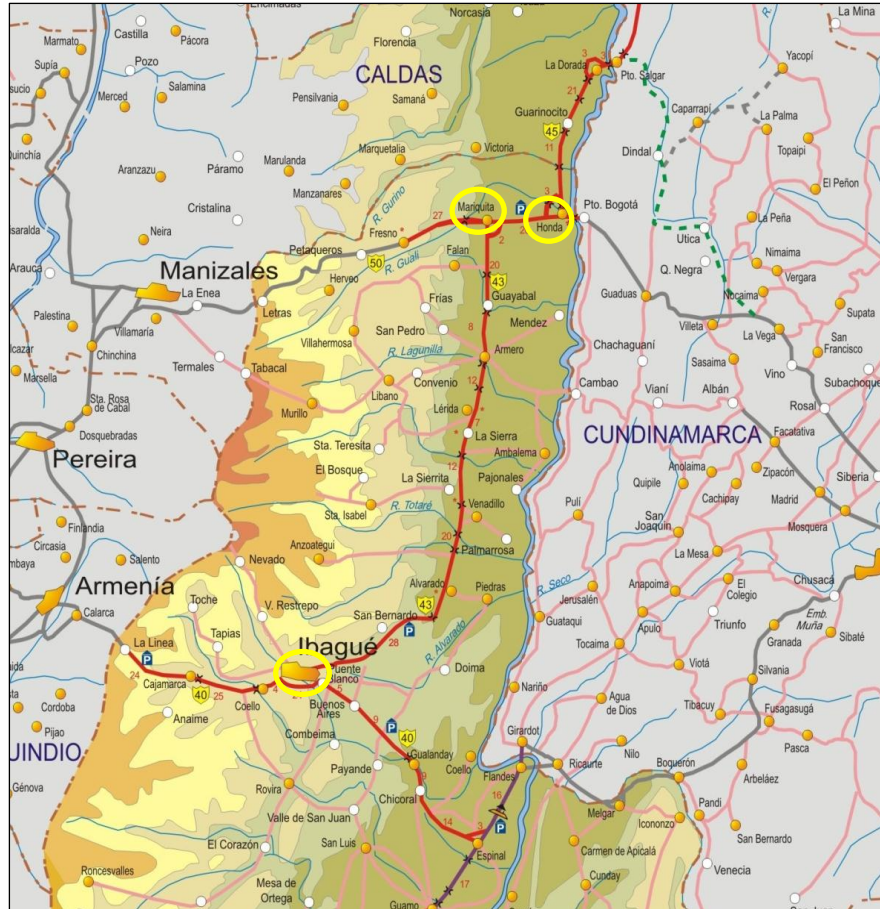
de: [http://www3.weforum.org/docs/WEF\\_GlobalCompetitivenessReport\\_2014-15.pdf](http://www3.weforum.org/docs/WEF_GlobalCompetitivenessReport_2014-15.pdf)

Tirole, J. (1997). Comentario a la propuesta de Engel, Fischer y Galetovich sobre licitación de carreteras. *Estudios Públicos*, 65, 201-214.

Williams, B. M., & Hoel, L. A. (2003). Modeling and forecasting vehicular traffic flow as a seasonal ARIMA process: theoretical basis and empirical results. *Journal of Transportation Engineering*, 129(6), 664-672.

## Anexo 1

Figura 1. Trazado del corredor Ibagué-Mariquita-Honda



Fuente: Adaptado de Instituto Nacional de Vías, INVIAS, (2014). *Mapa de carreteras 2014*. Recuperado el diecinueve de septiembre de 2015, de: <http://www.invias.gov.co/index.php/component/content/article/143-red-vial-nacional/hermes/1831-elmapadecarreteras2014>



## Anexo 2

El valor presente de los ingresos contractuales para cada fecha de corte es el establecido en la tabla 5.

Para cada uno de los 10.000 escenarios de simulación se calcula el valor presente simulado para cada fecha de corte y se compara con el del caso base para obtener la posible compensación.

**Tabla 7.** Escenarios de VPIP simulados

<b>VPIP<sub>F</sub></b>	\$210.18	\$314.23	\$409.00	\$526.24	
<b>(miles de millones)</b>					
<b>Escenario</b>	<b>2022</b>	<b>2027</b>	<b>2032</b>	<b>2039</b>	<b>2043</b>
<b>1</b>	\$211.3905	\$318.6485	\$414.9992	\$533.1222	\$593.3381
<b>2</b>	\$215.2866	\$322.7574	\$418.1301	\$538.1927	\$599.1033
<b>3</b>	\$208.3831	\$314.4626	\$410.3022	\$528.3715	\$589.5047

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 8.** Escenarios de compensaciones

	<b>Compensaciones</b>				
<b>VPIP<sub>F</sub></b>	8	13	18	25	29
<b>(miles de millones)</b>					
<b>Escenario</b>	<b>2022</b>	<b>2027</b>	<b>2032</b>	<b>2039</b>	<b>2043</b>
<b>1</b>	\$-	\$-	\$-	\$-	\$-
<b>2</b>	\$-	\$-	\$-	\$-	\$-
<b>3</b>	\$1.80	\$-	\$-	\$-	\$-

Fuente: elaboración propia.

A manera de ejemplo, en el caso del escenario 3 para el corte del año 8, se observa que el valor simulado fue de \$208.383 millones de ingreso vs el valor contractual del caso base equivalente a \$210.180 millones, lo que implicaría una compensación al concesionario de \$1.800 millones.

Dicho análisis se realizó para cada uno de los 10.000 escenarios y se obtuvo el siguiente resultado como valor esperado de las compensaciones para cada fecha de corte:

**Tabla 9.** Precio de la prima de la opción real

Tiempo de corte	Compensaciones				
	8 2022	13 2027	18 2032	25 2039	29 2043
Precio esperado de la prima de la opción (miles de millones)	\$1.10	\$0.50	\$0.37	\$-	\$-
	<b>\$1.97</b> (sumatoria de los valores esperados de las fechas de corte)				

Fuente: elaboración propia.

De esa forma, el precio de la prima de la opción real para el concesionario es de \$1.97 miles de millones

Cálculo del valor de la opción:

**Tabla 10.** Ingresos totales (Escenario de proyecto sin opción real)

VPIP <sub>25</sub> (miles de millones)						
Escenario	Año	Total de compensaciones	Ingresos finales	Factor aplicado	Ingresos adicionales	Ingresos totales (sin opción)
		\$526.24				
1	2039	\$-	\$593	50%	\$33.55	\$559.79
2	2039	\$-	\$599	50%	\$36.43	\$562.67
3	2039	\$1.80	\$591	11%	\$7.16	\$533.39

Fuente: elaboración propia.

Se calcula el valor de los ingresos totales del proyecto sin la existencia de la opción real, incluyendo las posibles compensaciones a que haya lugar y aplicando el valor correspondiente al %RP1 o al %RP2 para calcular los ingresos adicionales, dependiendo de si hubo compensaciones con anterioridad (el año indica el momento en que se obtiene el ingreso total del proyecto).

A manera de ejemplo, obsérvese que para el cálculo del ingreso total del escenario 3 se aplica el factor correspondiente al %RP1 (11%) debido a que hubo una compensación de \$1.800 millones al concesionario. De esa forma, el ingreso total para el concesionario corresponde al VPIP<sub>25</sub> más el ingreso adicional asociado con el factor %RP1, es decir, \$526.24 miles de millones más \$7.16 miles de millones para un ingreso total de \$533.39 miles de millones.

**Tabla 11.** Ingresos totales (Escenario de proyecto con opción real)

VPIP <sub>25</sub>		\$526.24								
(miles de millones)										
Escenario	Año	Total de compensaciones	Ingresos finales	Factor aplicado	Ingresos adicionales	Ingresos totales (sin opción)	Ingresos finales sin compensacion	Factor aplicado	Ingresos adicionales	Ingresos totales (con opción)
1	2039	\$-	\$593.34	50%	\$33.55	\$559.79	\$593.34	50%	\$33.55	\$559.79
2	2039	\$-	\$599.10	50%	\$36.43	\$562.67	\$599.10	50%	\$36.43	\$562.67
3	2039	\$1.80	\$591.30	11%	\$7.16	\$533.39	\$589.50	50%	\$31.63	\$557.87

Fuente: elaboración propia.

En este caso no se considera la posible compensación al concesionario dado que el mismo ha renunciado a la misma con el objetivo de poder tener una mayor participación de los ingresos adicionales de peaje, después de la obtención del VPIP<sub>25</sub> (en dicho año 25 del proyecto). A manera de ejemplo se observa que en el escenario 3 los ingresos finales sin compensación corresponden a la diferencia entre los ingresos finales de la tabla 10 (\$591 miles de millones) y la compensación (\$1.80 miles de millones), es decir, el equivalente a \$589.5 miles de millones. Pero debido al ejercicio de la opción, el concesionario puede acceder al %RP2 (50%) de los ingresos adicionales de peaje, con un incremento de los ingresos totales del proyecto como resultado del ejercicio de la opción (\$557.87 vs \$533.39, ambas cantidades en miles de millones).

Por último, se calcula el máximo valor entre la diferencia de los ingresos totales con opción y sin opción y cero para cada uno de los 10.000 escenarios generados y también el promedio de dicho valor para todos los escenarios, para obtener de esta forma el valor esperado de la opción real.

**Tabla 12.** Cálculo del valor de la opción real

VPIP <sub>25</sub>		\$526.24		
(miles de millones)				
Escenario	Año	Ingresos totales (sin opción)	Ingresos totales (con opción)	Opción
1	2039	\$559.79	\$559.79	\$-
2	2039	\$562.67	\$562.67	\$-
3	2039	\$533.39	\$557.87	\$24.48

Fuente: elaboración propia.

El valor esperado de la opción real es equivalente a \$9.39 miles de millones, como se indica en la tabla 6.

### Anexo 3

#### Resultados del ejercicio de pruebas retrospectivas (*backtesting*)

La metodología fue validada por medio del cálculo del estadístico de Kupiec para cada categoría de tráfico (excepto las categorías especiales, que no contaban con información suficiente). El *backtesting* se desarrolló de la siguiente manera:

**Tabla 13.** *Backesting* del modelo

Período de calibración	Período de validación
2001-2005	2006
2001-2006	2007
2001-2007	2008
2001-2008	2009
2001-2009	2010

Fuente: elaboración propia.

En palabras, se utiliza un período de calibración con un conjunto de información creciente para predecir el comportamiento del tráfico del siguiente año. En cada período de calibración se estiman los parámetros fundamentales del modelo<sup>18</sup> y se usan los mismos para proyectar unas bandas de tráfico del 90% de confianza.

La idea es verificar que la cantidad de veces que el tráfico real se sale de las bandas es consistente con el nivel de significancia escogido. Por tanto, se espera que en los cinco años de validación (60 datos con periodicidad mensual) haya solo seis brechas de las bandas. Para verificar que la proporción de brechas sobre el total de días es igual, en el sentido estadístico, al nivel de significancia se utiliza el estadístico de Kupiec que se distribuye según una ji al cuadrado con un grado de libertad:

$$\text{Estadístico de Kupiec} := -2 \cdot N \cdot \ln \left( \frac{(1 - \alpha)^{1-p} \cdot \alpha^p}{(1 - p)^{1-p} \cdot p^p} \right) \sim \chi^2(1)$$

<sup>18</sup> Se calibran los parámetros a y b de la tendencia lineal para cada serie, los parámetros  $\rho$  de los procesos autorregresivos y las varianzas,  $\sigma_e^2$ , de los errores.

Con:

$$p := \frac{\text{número de brechas}}{N}$$

Donde,

$N$  = número total de datos, que en este caso es igual a 60.

$\alpha$  = nivel de significancia, que en este caso es igual a 10%.

$p$  = probabilidad de ocurrencia de brechas de las bandas proyectadas de tráfico en el período analizado.

$\chi^2(1)$  = distribución ji al cuadrado con un grado de libertad.

La estructura de la hipótesis estadística es:

$$H_0: p = \alpha$$

$$H_1: p \neq \alpha$$

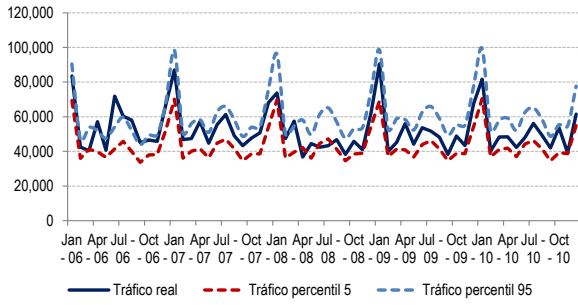
El *backtesting* consiste en verificar que el porcentaje estimado de brechas de las bandas sea estadísticamente igual al nivel de significancia del modelo y esto se logra por medio del estadístico de Kupiec:

$$\text{Estadístico de Kupiec}_t < \text{Percentil}(\chi^2(1), 1 - \alpha) \Rightarrow \text{No se rechaza } H_0$$

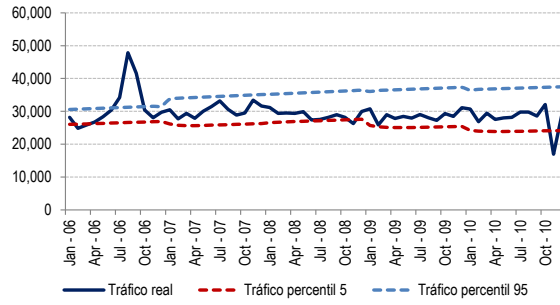
$$\text{Estadístico de Kupiec}_t \geq \text{Percentil}(\chi^2(1), 1 - \alpha) \Rightarrow \text{Se rechaza } H_0$$

Los resultados fueron positivos porque solo hubo un caso en el cual el porcentaje de brechas fue distinto, en el sentido estadístico, al nivel de significancia. A continuación se muestran los resultados gráficos del procedimiento del *backtesting*.

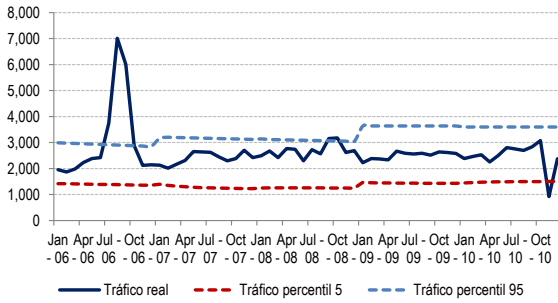
**Backtesting Honda - 1**



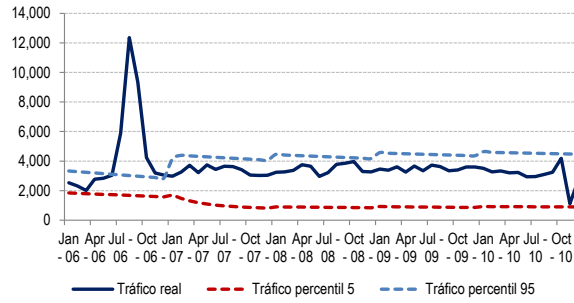
**Backtesting Honda - 2**



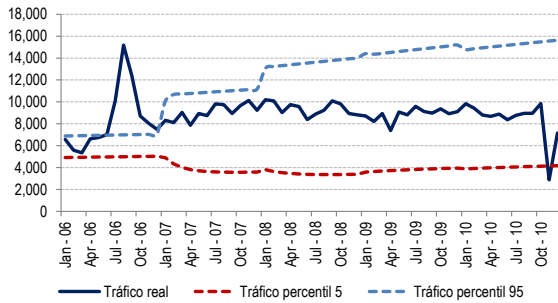
**Backtesting Honda - 3**



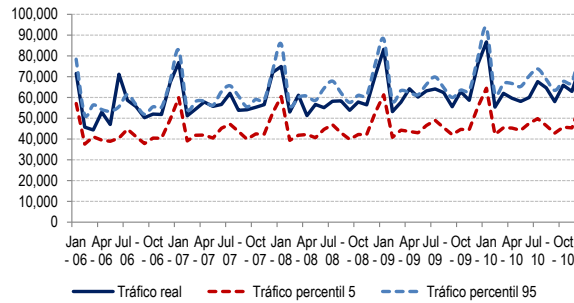
**Backtesting Honda - 4**



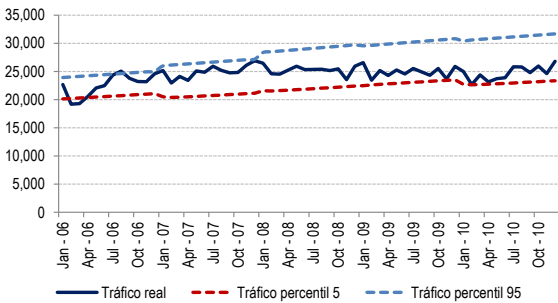
**Backtesting Honda - 5**



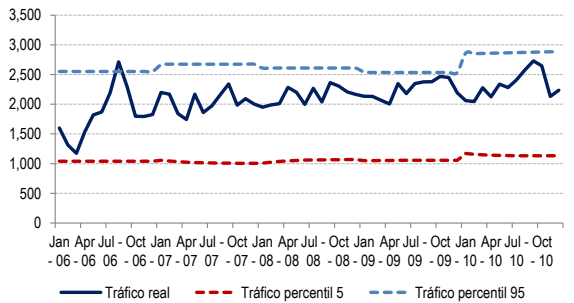
**Backtesting Alvarado - 1**

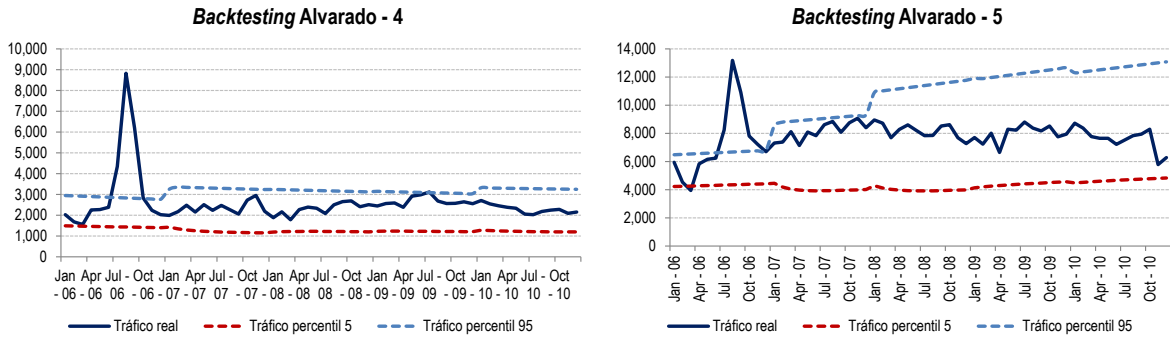


**Backtesting Alvarado - 2**



**Backtesting Alvarado - 3**





**Gráfica 5.** Resultados del ejercicio de *backtesting* por categorías de vehículos (excepto especiales) y por peaje

Fuente: elaboración propia.