

# Modelo presa-depredador y su contextualización en el ámbito nacional e internacional

**Jackelyne Gómez Restrepo**

Asesor: Carlos Mario Vélez S., Dr.

INGENIERÍA MATEMÁTICA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS  
ESCUELA DE CIENCIAS Y HUMANIDADES  
MEDELLÍN - COLOMBIA  
13 de noviembre de 2009



Grupo de investigación  
Sistemas de Control Digital  
Universidad EAFIT



# Resumen

---

Este trabajo se enfoca en la construcción de un modelo presa-depredador a través de datos reales para luego proceder a simularlo y controlarlo mediante Matlab/Simulink; para alcanzar este objetivo es necesario conocer modelos realistas derivados del modelo de Lotka-Volterra a través de la revisión bibliográfica de artículos no solo nacionales sino también internacionales, de esta forma se hace posible determinar un modelo adecuado para los datos con los que se trabajan.

De forma paralela se realizan algunas simulaciones de los modelos hallados con el fin de conocer su comportamiento y así definir el sentido biológico de las acciones de control realizadas sobre ellos.

Luego de obtener los datos reales, se desarrolla un algoritmo genético como método para identificar un sistema presa-depredador, que devuelva salidas de presas y depredadores similares a las reales. Con este proceso será posible proponer un modelo matemático capaz de describir el comportamiento de un sistema biológico real.

# Contenido

---

<b>Resumen.....</b>	<b>3</b>
<b>Contenido.....</b>	<b>4</b>
<b>Introducción.....</b>	<b>6</b>
1.1 Descripción y formulación del problema.....	6
1.2 Objetivos.....	7
1.2.1 <i>Objetivo general</i> .....	7
1.2.2 <i>Objetivos específicos</i> .....	7
1.3 Justificación.....	8
1.4 Limitaciones de la investigación.....	8
1.5 Planteamiento metodológico.....	8
1.5.1 <i>Método de investigación</i> .....	8
1.5.2 <i>Técnicas e instrumentos para la recolección de la información</i> .....	9
1.6 Organización del trabajo.....	9
<b>Capítulo 2. Fundamentos Teóricos.....</b>	<b>10</b>
2.1 Introducción.....	12
2.2 Revisión bibliográfica.....	12
2.3.1 <i>Preferencia y eficacia de notonecta indica (notonectidae) para diferentes instares larvales de aedes aegypti (culicidae)</i> .....	12
2.3.2 <i>Depredaciones de zorro vulpes vulpes sobre búho real bubo bubo en un área del litoral ibérico</i> .....	12
2.3.3 <i>Tasa de depredación de coralliophila abbreviata (neogastropoda: coralliophilidae) sobre algunas especies coralinas del Parque Nacional Morrocoy, Venezuela</i> .....	13
2.3.4 <i>A nonequilibrium marine predator-prey interaction</i> .....	13

2.3.5. <i>Effects of prey-size and predator-instad on the predation of daphnia by notonecta</i> .....	14
2.3.6. <i>A model of Host-Parasite interaction</i> .....	14
2.3.7. <i>Estudio matemático del crecimiento de ácaros tetraniquidos en condiciones de campo. Relación presa-depredador</i> .....	14
2.3.8. <i>Scared to death? The effects of intimidation and consumption in predator-prey interactions</i> .....	14
2.3.9. <i>Prey availability and the food of predators</i> .....	15
2.3.10. <i>Capacidad de depredación y comportamiento de Alpaida veniliae (Araneae: Araneidae) en el cultivo de arroz</i> .....	15
<b>2.3 CONTROL IMPLEMENTADO A UN MODELO PRESA-DEPREDADOR</b> .....	<b>15</b>
2.3.1 <i>Significado de las entradas</i> .....	15
2.3.2 <i>Implementación de un control por realimentación del estado a un modelo básico presa-depredador</i> ..	16
<b>2.4 MODELO PRESA-DEPREDADOR CON SATURACIÓN DE PRESAS</b> .....	<b>21</b>
2.4.1 <i>Implementación de un control por realimentación del estado</i> .....	23
2.5 Resumen del capítulo .....	25
<b>Capítulo 3. Resultados y análisis</b> .....	<b>26</b>
3.1 Introducción.....	26
3.2 ALGORITMO GENÉTICO (AG).....	26
3.3 ESTIMACIÓN DE UN MODELO PRESA-DEPREDADOR BÁSICO .....	28
3.4 ESTIMACIÓN DE UN MODELO PRESA-DEPREDADOR CON SATURACIÓN EN LAS PRESAS .....	30
3.5 Resumen del capítulo.....	32
<b>Capítulo 4. Conclusiones y recomendaciones</b> .....	<b>33</b>
<b>Anexos</b> .....	<b>35</b>
4.1 Anexo 1 .....	¡Error! Marcador no definido.
4.2 Anexo 2 .....	¡Error! Marcador no definido.
<b>Bibliografía</b> .....	<b>42</b>

# Introducción

---

Las herramientas de modelado matemático tienen como fortaleza el hecho de poder ser aplicadas a problemas de cualquier índole; ciencias como la biología se encuentran inundadas de cientos de problemas interesantes para ser modelados, entre ellos el modelo presa-depredador que por sus características y flexibilidad a los cambios ha sido protagonista de investigaciones que no solo buscan entender este modelo desde el punto de vista biológico sino que van más allá e intentan adaptarlo a problemas ingenieriles o económicos.

Básicamente se busca poder modelar, simular y controlar un sistema presa depredador, a través de datos reales; para ello es de vital importancia realizar una exhaustiva revisión bibliográfica con el fin de conocer los trabajos que se han hecho en el área y así poder crear vínculos con empresas, grupos de investigación y personas familiarizadas con el tema. Luego de esta primera fase será posible construir un modelo para simular utilizando Matlab/Simulink y construir diferentes tipos de controles que puedan tener un sentido físico y biológico para proceder a implementarlos en el sistema real.

## 1.1 DESCRIPCIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

El modelo presa-depredador es un modelo de alta validez biológica que con el paso del tiempo ha logrado adquirir mayor complejidad debido a algunas modificaciones que buscan hacerlo más realista; sin

embargo, el trabajo que se ha realizado con éste en el área de control digital ha sido muy escaso a pesar de la necesidad que muchos ecosistemas han presentado. Ante dicha carencia se ha pensado en construir un control aplicable a sistemas presa-depredador, para lograr esto no solo es necesario trabajar con datos reales, sino también conocer los modelos más realistas y relevantes.

De acuerdo a lo anterior, este trabajo requiere una gran inversión de tiempo en la revisión de las investigaciones realizadas en el área y de los diferentes modelos que estudian el comportamiento entre presas y depredadores, de esta forma elegir un modelo correcto para utilizar será una tarea sencilla de realizar; no obstante, la obtención de datos puede ser una labor ardua, por ello es importante crear vínculos con instituciones o profesionales que puedan tener acceso a esta información, de no ser así los datos se tomarán de artículos o libros.

Luego de tener los datos, será posible realizar diferentes simulaciones y plantear un sistema de control que sea posible de implementar al sistema biológico.

## **1.2 OBJETIVOS**

### ***1.2.1 Objetivo general***

Modelar, simular y controlar un sistema presa-depredador, utilizando datos reales

### ***1.2.2 Objetivos específicos***

- Revisar trabajos anteriores sobre el modelo presa-depredador a nivel nacional e internacional, con el fin de obtener datos reales de especies que presenten este comportamiento.
- Realizar un detallado estudio matemático de las características de los diferentes modelos encontrados.
- Implementar cada modelo de simulación en Matlab/Simulink para luego proceder a construir el modelo a partir de los datos obtenidos.
- Identificar posibilidades de aplicación a nivel organizacional.
- Analizar los resultados de la simulación en aspectos como la sensibilidad, predicción, explicación, entre otros.
- Diseñar y probar diferentes tipos de sistemas de control e interpretar su aplicabilidad.
- Preparar una ponencia y un artículo.

## **1.3 JUSTIFICACIÓN**

A pesar del gran impacto que ha tenido este tipo de modelos y de los buenos resultados que se han logrado a través de ellos, han sido poco explotados bajo la teoría del control digital; ante dicha ausencia se ha encontrado la posibilidad de tomar un sistema biológico bastante conocido e introducirlo en el ambiente del control con el fin de no solo obtener un estudio novedoso sino también resultados útiles y que a su vez puedan ser validados.

## **1.4 LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN**

Es un trabajo en el que a partir de datos reales se construye un modelo presa-depredador con entradas (una para cada especie), éste será simulado y controlado a través de Matlab/Simulink. Finalmente, se buscará la posibilidad de implementar el control sobre el sistema real para así validar los resultados obtenidos.

## **1.5 PLANTEAMIENTO METODOLÓGICO**

La base de este trabajo está en una continua revisión bibliográfica que proporcione las suficientes herramientas para la construcción del modelo, durante este proceso se busca conocer modelos presa-depredador de gran relevancia y realizar simulaciones con ellos, esto con el fin de poder conocer sus comportamientos y respuestas ante la acción de un determinado control, para más adelante construir un modelo a partir de los datos conseguidos. Por ello se ha decidido implementar el método de Análisis/Síntesis, debido a que cada componente será estudiado individualmente y finalmente se realizará la integración de los estudios realizados.

### ***1.5.1 Método de investigación***

El desarrollo de la investigación tuvo diferentes fases:

- Intento de contacto con personas familiarizadas en el ámbito de control.
- Revisión bibliográfica de trabajos realizados en sistemas biológicos con un comportamiento presa-depredador.
- Reconocimiento, simulación y análisis de los modelos presa-depredador más relevantes y realistas.



### ***1.5.2 Técnicas e instrumentos para la recolección de la información***

- Visita a bases de datos electrónicas.

## **1.6 ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO**

En el Capítulo 1 se hace una descripción del trabajo, junto con los objetivos, metodología y justificación, delimitando de esta forma el alcance del proyecto. En el Capítulo 2 se realiza un detallado estudio del modelo de Lotka-Volterra (modelo presa-depredador más básico), seguido de algunas simulaciones realizadas a este y otros modelos presa-depredador; a su vez se presentan algunos trabajos que se utilizan como guía para la explicación de conceptos, obtención de modelos y datos. En el capítulo 3 se presenta el modelo obtenido junto con la simulación, la implementación del control y un detallado análisis de los resultados obtenidos, finalmente en el Capítulo 4 se hace una recapitulación de los aspectos más importantes del trabajo.

# Capítulo 2. Fundamentos Teóricos

---

El modelo Presa-Depredador representa la interacción entre dos especies que conviven dentro de un mismo hábitat, en el cual el número de individuos de cada población no solo depende de la razón de crecimiento o decrecimiento natural, sino también de los encuentros exitosos entre ellos, es decir que un depredador pueda cazar la presa.

Como cualquier modelo, se desarrolla bajo supuestos que permiten restringir las condiciones del sistema real; tales como [15]:

- Las presas tienen un amplio suministro de alimentos.
- Los depredadores se alimentan de las presas.
- Las dos especies se encuentran con una razón proporcional a las dos poblaciones y, por lo tanto, es proporcional al producto de las dos poblaciones.

La cantidad de individuos de cada especie se representará a través de variables dependientes del tiempo:  $P(t)$  para las presas y  $D(t)$  para los depredadores.

Si tomamos un escenario en el cual no hay depredadores y hay un amplio suministro de alimentos, el número de  $P(t)$  seguiría un comportamiento exponencial y una tasa de crecimiento representada por:

$$\frac{dP}{dt} = \alpha P \quad (2.1)$$

Con  $\alpha$  una constante positiva.

Si por el contrario, no existieran presas la población de depredadores disminuiría con una razón proporcional a sí misma, dada por la siguiente ecuación:

$$\frac{dD}{dt} = -\gamma D \quad (2.2)$$

Con  $\gamma$  una constante positiva.

Cuando las dos especies interactúan, la principal razón de muerte de las presas es causada por los depredadores, mientras que la supervivencia de los depredadores depende del suministro de su alimento (presa); por esto a las ecuaciones (2.1) y (2.2) se les incorpora un nuevo término que refleja el comportamiento de esta interacción, obteniendo el siguiente par de ecuaciones diferenciales autónomas y acopladas. (Ecuaciones de Lotka-Volterra)

$$\frac{dP}{dt} = \alpha P - \beta PD \quad (2.3)$$

$$\frac{dD}{dt} = -\gamma D + \delta PD \quad (2.4)$$

Con  $\delta, \beta, \alpha, \gamma$  constantes positivas.

$\alpha$  se encuentra relacionada con la tasa de crecimiento de las presas,  $\gamma$  se encuentra relacionada con la tasa de crecimiento de los depredadores, y  $\delta, \beta$  representan la influencia en el crecimiento o decrecimiento de las poblaciones.

Este modelo ha causado un gran impacto en distintas áreas, sin embargo es un modelo inestable estructuralmente por su simplicidad, además de mantener constantes sus parámetros y no ser muy bueno en la predicción. En el periodo 1875-1920, luego de realizar el contraste entre el modelo liebre-lince y las estadísticas de "Hudson Bay Company", fue bastante interesante notar que los resultados no solo eran significativamente diferentes sino a su vez contrarios, no obstante, luego de analizar todo el comportamiento se pudo deducir que luego de introducir un cazador externo el modelo se ajustaba mejor al modelo real [5].

Ante dichas dificultades, se han planteado modelos más realistas en los que se limita la cantidad de presas (originalmente hay infinitas especies de este tipo) o en los que se incluyen hipótesis de proporcionalidad de capturas considerando de esta forma los tiempos de caza y depredación junto con la posible saturación de depredadores ante grandes cantidades de presas.

## 2.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo iniciará con una breve descripción de un trabajo anterior realizado a un modelo presa-depredador con entradas que son vitales para la ejecución del control; adicionalmente se presentarán algunas investigaciones hechas sobre el tema, las cuales servirán como guía en el desarrollo del trabajo.

Por otro lado, se realizarán algunas simulaciones a dos modelos presa-depredador, esto con el fin de conocer cómo se comportan los individuos modelados con cada uno de ellos y ante la presencia de un control implementado para cada modelo.

## 2.2 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

### ***2.3.1. Preferencia y eficacia de *notonecta indica* (notonectidae) para diferentes instares larvales de *aedes aegypti* (culicidae)***

Esta investigación fue realizada en el 2008 por dos estudiantes de Biología de la Universidad Nacional sede Caribe, básicamente intentaban establecer las habilidades y preferencias de depredación del insecto *Notonecta Indica* a través de mediciones diarias del número de depredadores y presas, en este caso larvas; para ellos era importante conocer el comportamiento de esta especie (presa), debido a que es causante de varias infecciones a nivel sanitario. Ante dicha dificultad se han visto en la tarea de encontrar un mecanismo que les permita mantener un control sobre el número de individuos depredadores y de presas sin generar efectos negativos en el hábitat; sin embargo, los estudios realizados fueron puramente estadísticos, otorgando de esta forma un espacio a la ejecución de un control de especies biológicas.

Los resultados obtenidos al mantener siempre la misma relación entre la cantidad de presas y depredadores, mostraban que no hay diferencias en cuanto a la tasa de larvas depredadas cuando se varía el número de depredadores. Se determinó que no hay diferencias significativas que demuestren una dependencia de la tasa de predación respecto al número de predadores presentes en los medios empleados [4].

### ***2.3.2. Depredaciones de *zorro vulpes vulpes* sobre búho real *bubo bubo* en un área del litoral ibérico***

Este caso del modelo presa-depredador es bastante innovador en la literatura e investigación [13], debido a que existen pocas referencias de estas especies terrestres debido a la dificultad para hacerles un seguimiento; Jaume Solé (quien desarrolló la investigación) pretende hacer un detallado análisis acerca de las causas de depredación de los zorros hacia algunos pollos y búhos, para dicho objetivo invirtió 4 años (entre 1992 y 1996), debido a que las especies con las que se trabajaron se encontraban muy dispersas

unas de otras. En el trabajo no se presentan resultados matemáticos sino análisis sobre las relaciones encontradas entre las especies, el entorno y especies externas.

### ***2.3.3. Tasa de depredación de coralliophila abbreviata (neogastropoda: coralliophilidae) sobre algunas especies coralinas del Parque Nacional Morrocoy, Venezuela.***

Es un estudio realizado en Venezuela que surgió a raíz de un fenómeno altamente catastrófico en el Parque Nacional Morrocoy, puesto que el ecosistema coralino se veía muy dañado y pasaría mucho tiempo para que éste se recuperara debido a la existencia de una especie depredadora que se alimenta en gran proporción de estos corales.

Este trabajo, al igual que el anterior, realiza un estudio estadístico de una especie depredadora (molusco) de corales, generando en el ecosistema una gran inestabilidad; ante dicha dificultad se plantea realizar un estudio a dicho organismo con el fin de hallar la tasa de depredación a través de herramientas estadísticas aplicadas a diferentes tipos de corales víctimas de los moluscos depredadores. La investigación la realizan tomando grupos de corales para procedimientos diferentes (cantidad de interacciones y obtención de cantidades de las especies). Los datos se tomaban cada 4 días durante un mes, lo que puede ser muy poco para el modelado y control que se desea realizar; sin embargo, esto puede deberse a la naturaleza de estas especies [2].

### ***2.3.4. A nonequilibrium marine predator-prey interaction***

Este caso se centra en el análisis de las relaciones entre caracoles (depredadores) y percebes (presas), es una situación de gran interés debido a que en el ecosistema se estaba presentando una extinción de presas pero contradictoriamente sus depredadores directos no habían cambiado sus hábitos de alimentación y por el contrario estaban explotando nuevas especies como alimento. Ante esto, algunos biólogos de la Universidad de Connecticut decidieron realizar pruebas a través de la teoría de equilibrio, sobre el comportamiento entre ambas especies [6]. Los temas y resultados de esta investigación podrán ampliar algunos de los conceptos y relaciones fundamentales a la hora de realizar un modelo presa-depredador.

Por otro lado, los resultados obtenidos en las pruebas pueden ser útiles, debido a que realizaron mediciones de crecimiento y mortalidad en las especies, facilitando de esta forma el cálculo de los parámetros para un modelo presa-depredador.

### ***2.3.5. Effects of prey-size and predator-instad on the predation of daphnia by notonecta***

Esta es una investigación realizada por los biólogos McArdle y Lawton de la Universidad de York, quienes se enfocaron en determinar las tasas de predación de Notonecta bajo condiciones supervisadas, y así posteriormente extraer relaciones biológicas y matemáticas entre este depredador y su presa (Daphnia). A través de este estudio pudieron estimar algunos parámetros para un modelo presa-depredador no especificado; sin embargo, esta información puede ser útil durante el planteamiento del modelo que se desea simular [7].

### ***2.3.6. A model of Host-Parasite interaction***

Este artículo fue producto de un trabajo realizado hace varios años, en que se realizaron algunas pruebas de laboratorio con individuos que interactuaban como presas y depredadores, el objetivo era medir la influencia de la densidad de especies dentro de la interacción de estos y con la ausencia de factores ambientales.

Durante la investigación se realizaron medidas a 21 generaciones de *Trialeurodes vaporariorum* (presas) y *Encarsia Formosa* (depredadores), entre las medidas realizadas estuvieron la cantidad de nacimientos de presas, muertes de depredadores, presas infectadas por los parásitos y presas que lograron salvarse de la infección [1].

### ***2.3.7. Estudio matemático del crecimiento de ácaros tetraníquidos en condiciones de campo. Relación presa-depredador***

Básicamente es un trabajo de cinco años en que se realizaron estudios de las cantidades de ácaros sobre diferentes superficies de árboles, este estudio implicaba a su vez estudiar los depredadores de ácaros más comunes, es decir, estudiar las relaciones presa-depredador entre ácaros y otras especies. Este, como muchos de los trabajos citados en el documento, realiza un profundo estudio estadístico para estimar y proponer modelos biológicos que representen el comportamiento de esta especie.

Dentro de sus principales resultados está el poder haber obtenido las condiciones para el crecimiento de las poblaciones de ácaros y haber construido un modelo matemático a través de las mediciones sobre las cantidades de especies, para así poder establecer aquellos valores de individuos que permiten la existencia de presas y depredadores dentro del ecosistema [8].

### ***2.3.8. Scared to death? The effects of intimidation and consumption in predator-prey interactions***

Esta investigación toma la teoría existente dentro del estudio de las interacciones entre presas y depredadores, con el fin de reflejarla en pruebas de laboratorio; básicamente estudian aquellos

comportamientos en que se hacen evidentes las relaciones entre estas especies (intimidación por parte del depredador y consumo de la presa).

Dentro de sus resultados obtuvieron que la intimidación es un proceso mucho más fuerte y directo que el consumo de la presa (sin restarle importancia a esta segunda interacción); sin embargo, en ecosistemas acuáticos se obtienen resultados inversos, haciendo del consumo la relación más influyente sobre el éxito en la caza [10].

### ***2.3.9. Prey availability and the food of predators***

Para la existencia de individuos depredadores es de vital importancia el tamaño y densidad de las presas, debido a esto el autor de este artículo propone dos modelos que representan la disponibilidad de las presas como alimento de los depredadores; ambos modelos exponen diferentes situaciones naturales a la hora en que un depredador decide atacar su presa. Luego de proponer los modelos realizan su validación con algunas pruebas experimentales sobre individuos acuáticos [3].

### ***2.3.10. Capacidad de depredación y comportamiento de *Alpaida veniliae* (Araneae: Araneidae) en el cultivo de arroz***

Esta investigación busca encontrar el comportamiento de dos especies, una que actúa como presa y la otra como depredador, el objetivo es poder comprender el comportamiento y la capacidad de las especies depredadoras durante el proceso de caza. Para poder realizar este trabajo fue necesario que hicieran mediciones sobre las cantidades de presas y depredadores durante un tiempo determinado, luego de tener esos datos calcularon algunas tasas de crecimiento y consumo; con esa información pudieron determinar algunos comportamientos y preferencias al momento de realizar las capturas [11].

## **2.3 CONTROL IMPLEMENTADO A UN MODELO PRESA-DEPREDADOR**

### ***2.3.1 Significado de las entradas***

Para efectuar una acción de control se necesita que el sistema tenga una entrada, para el caso se utilizaron dos entradas que introducen individuos de cada especie.

Con el fin de ilustrar la acción de la entrada, se corrió una pequeña simulación de una población de presas, que tendía a mantenerse en 30 individuos, en el instante 500 se añaden 10 (función pulso) organismos de la misma especie, que simplemente aumentan en 10 la población que se tenía durante algunos días, hasta que el modelo logra volver a estabilizarse en 30 (Ver Fig. 2.1). Si se tuviera una señal de entrada con un mayor número de pulsos, este comportamiento se repetiría tantas veces como pulsos haya.

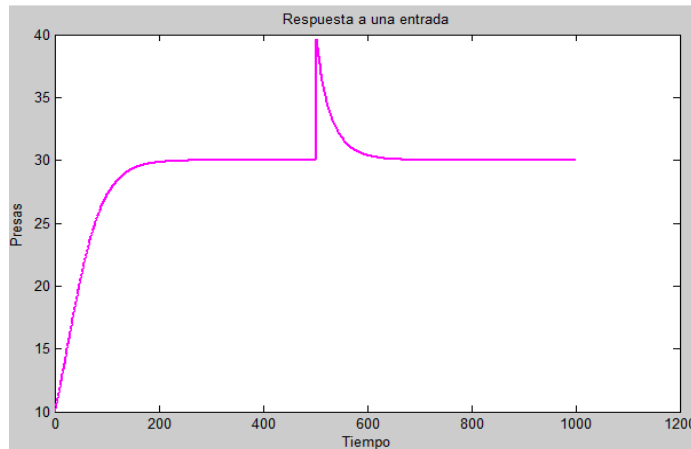


Fig. 2.1. Entrada escalón

### 2.3.2 Implementación de un control por realimentación del estado a un modelo básico presa-depredador

Entre los controladores más comunes está el PID y las posibles combinaciones de éste; sin embargo implementarlo para este modelo es un poco complicado debido a que es un sistema MIMO (Múltiple entrada y múltiple salida) altamente acoplado. Intentar utilizar un control de estos demandaría poder encontrar la combinación adecuada de los parámetros del control que establezcan el sistema completo; por ello, se ha planteado el uso de un control por realimentación de estado, el cual se diseña con el fin de hallar un  $k$  que sea capaz de estabilizar el sistema completo. Este control fue implementado sobre el sistema descrito en las ecuaciones (2.3) y (2.4) con entradas, las cuales son funciones pulso que adicionan o sustraen especies en determinados instantes de tiempo.

$$\frac{dP}{dt} = 0.5P - 0.2PD + u_1(t) \quad (2.5)$$

$$\frac{dD}{dt} = -0.5D + 0.1PD + u_2(t) \quad (2.6)$$

Para hallar el  $k$  o ganancia, se utilizó la función place de Matlab, con el fin de obtener polos en el semiplano izquierdo, y así poder garantizar la estabilidad del sistema. Los polos -1,-1, dieron por resultado:

$$k = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0.25 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$



Luego de correr el modelo con 100 presas y 100 depredadores iniciales, se obtuvo:

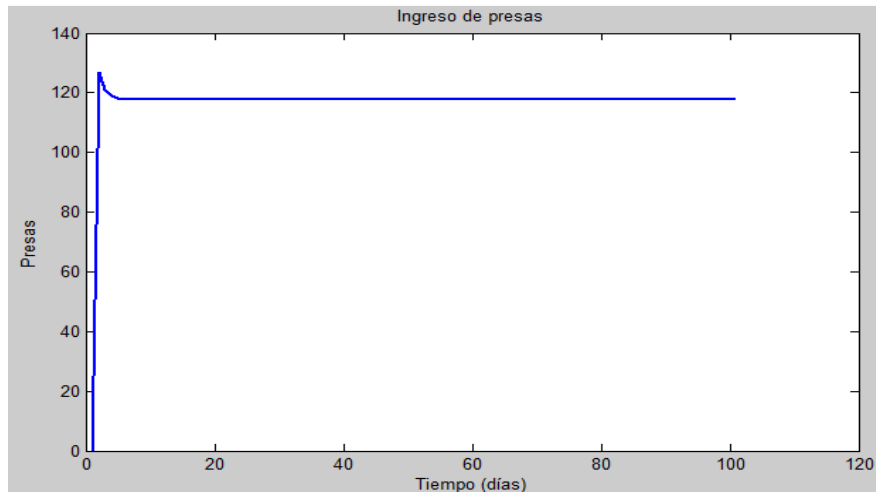


Fig. 2.2. Ingreso de presas

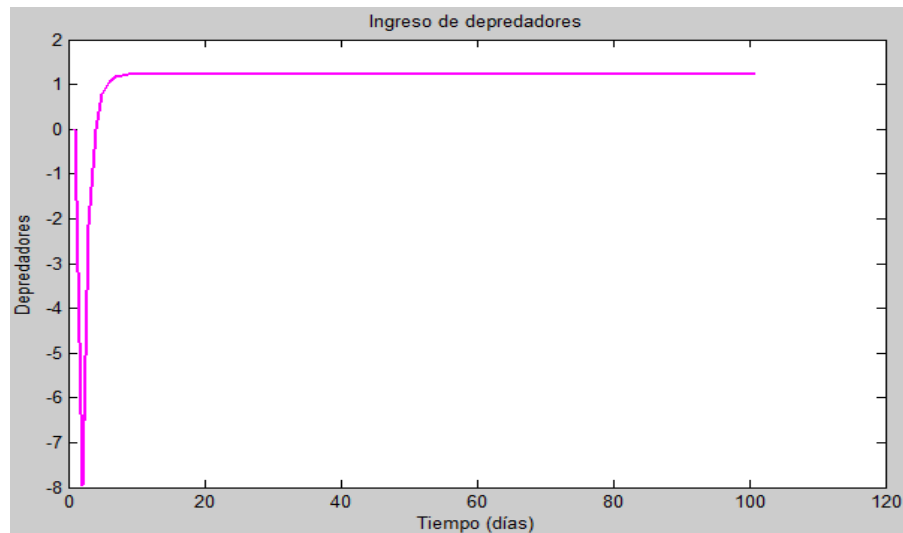


Fig. 2.3. Ingreso de depredadores

Para lograr estabilizar el sistema, y mantener un número constante de presas y depredadores, es necesario introducir en promedio 118 presas y 1 depredador durante todo el periodo de la simulación; esto para mantener alrededor de 123 depredadores y 6 presas en el hábitat.

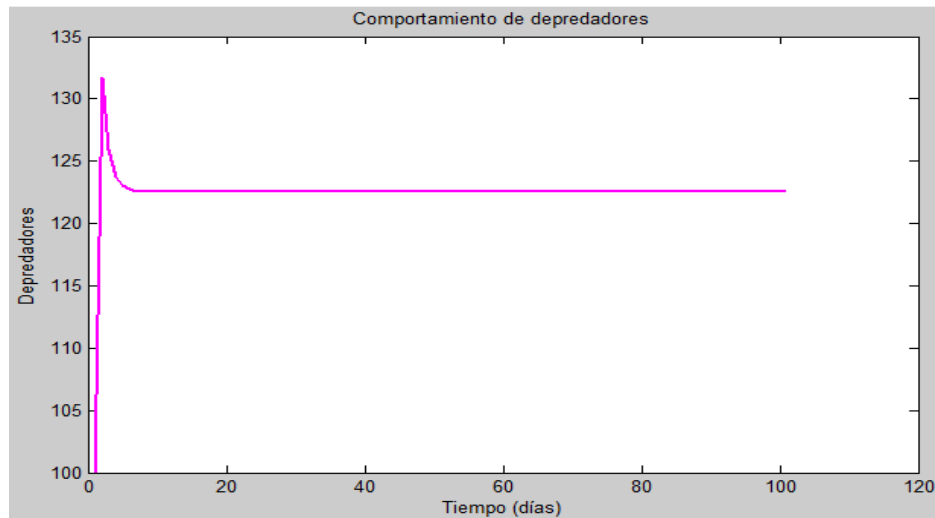


Fig. 2.4. Salida de presas

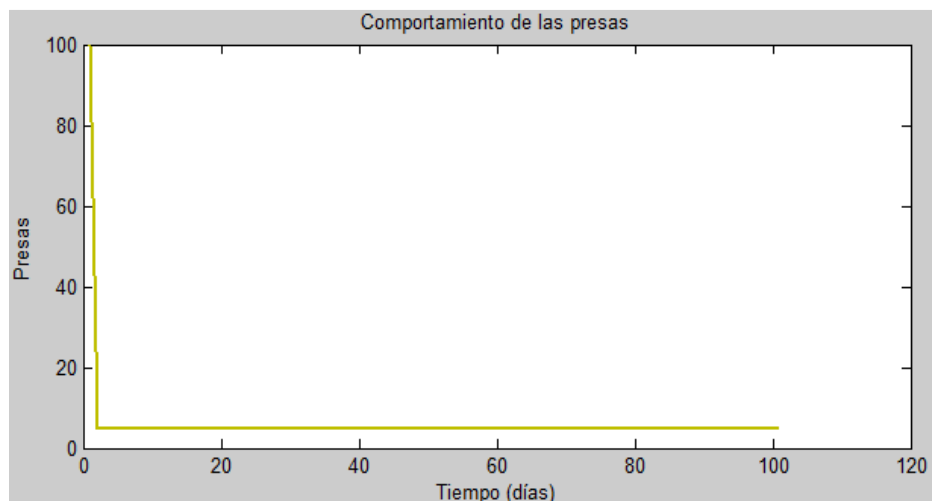


Fig. 2.5. Salida de depredadores

Los resultados obtenidos con igual de cantidad inicial de presas y depredadores sugieren realizar la simulación con valores iniciales diferentes, debido a que el número de depredadores va a ser extremadamente alto con el número de presas.

Al realizar la simulación con 50 presas y 20 depredadores (mayor cantidad de presas para así garantizar su supervivencia), se tiene que es necesario iniciar con una introducción progresiva de presas durante los

primeros 5 días, hasta llegar a 65, y una extracción de depredadores hasta el quinto día en que se seguirán sacando alrededor de 13 individuos.

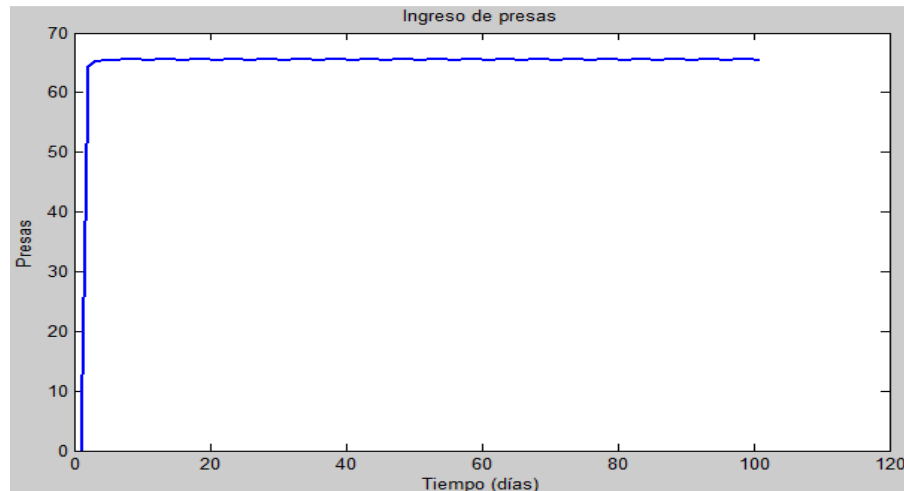


Fig. 2.6. Ingreso de presas

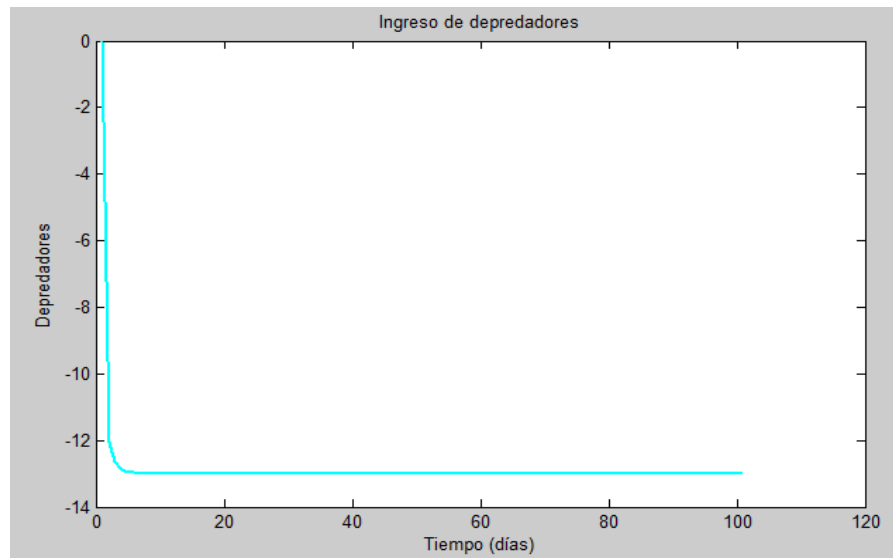


Fig. 2.7. Ingreso de depredadores

Los resultados obtenidos indican que se obtendrán alrededor de 43 depredadores y 8 presas con el control implementado, esto sugiere que el modelo con los parámetros con que se trabajan, es un modelo que

favorece la población de depredadores; de acuerdo a esto se le puede dar utilidad en el control de plagas o de especies que estén en sobrepoblación.

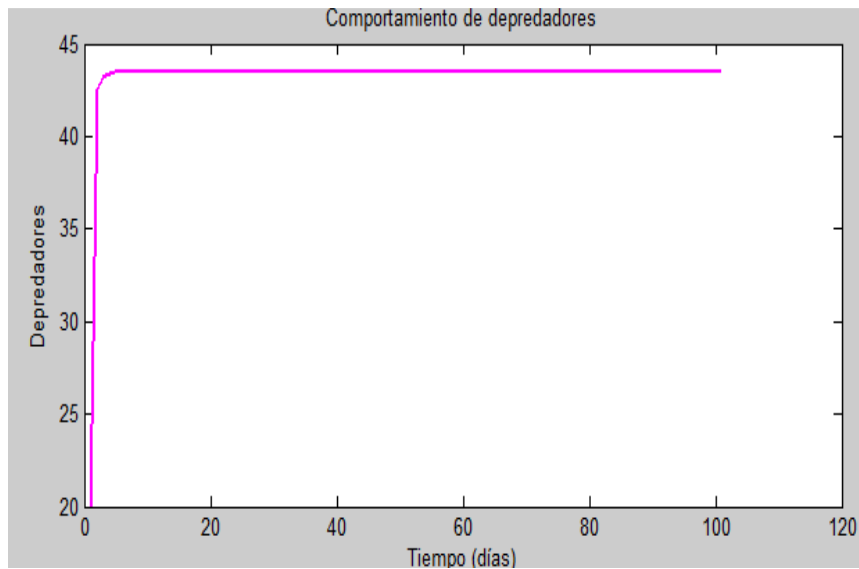


Fig. 2.8. Salida de depredadores

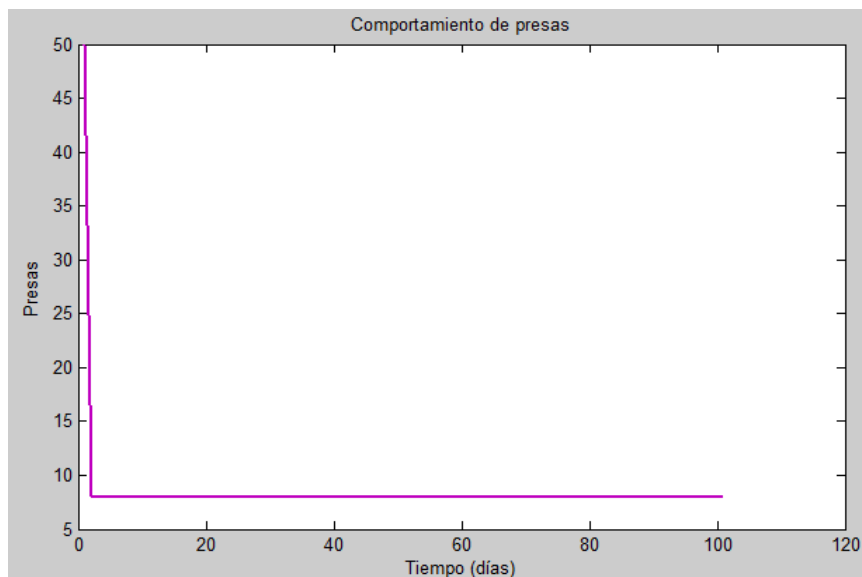


Fig. 2.9. Salida de presas.

## 2.4 MODELO PRESA-DEPREDADOR CON SATURACIÓN DE PRESAS

Como se mencionó anteriormente el modelo presa-depredador inicial contiene supuestos poco realistas, haciendo de éste un modelo no muy aproximado a la realidad; por ello, desde su aparición, ha sufrido modificaciones, entre ellas adición de expresiones matemáticas que saturan la cantidad de presas, haciendo de estas especies finitas, de acuerdo a esto se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - axy \quad (2.8)$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy + dxy \quad (2.9)$$

Donde  $r$  es la tasa de crecimiento de la presa;  $c$  la tasa de mortalidad de los depredadores;  $d$  describe la eficiencia de la cacería del depredador, mientras que  $a$  mide la ineficacia de la presa y  $K$  la población límite de presas.

La simulación se hizo con 4 presas y 4 depredadores iniciales, usando el siguiente sistema:

$$\frac{dx}{dt} = 0.5x(1 - 0.001x) - 0.2xy + u_1(t) \quad (2.10)$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.5y + 0.1xy + u_2(t) \quad (2.11)$$

Como se puede ver, el modelo es similar al descrito en las ecuaciones (2.5) y (2.6), salvo en el término cuadrático de las presas, el cual busca saturar el crecimiento de éstas, generando así un sistema con un comportamiento más realista, para este caso la variable  $K$  toma el valor de 100, lo cual implica que las presas no van a sobrepasar ese valor.

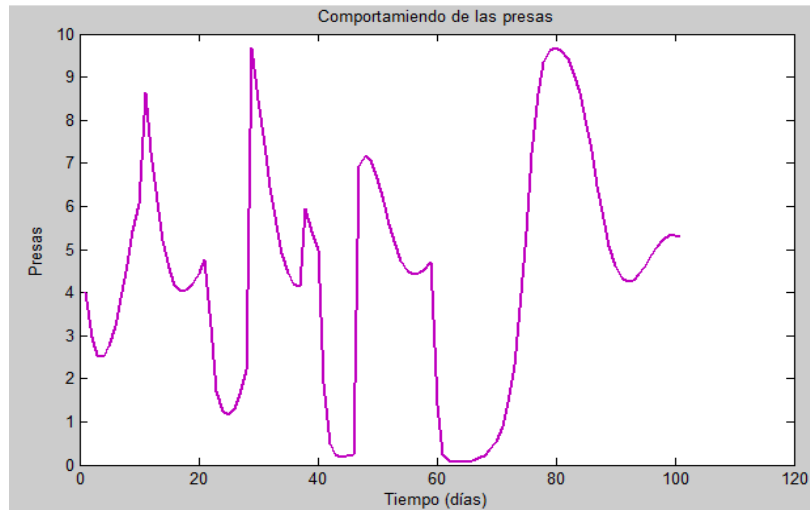


Fig. 2.10. Salida de presas

La Fig. 2.10 sugiere que al aplicar una acción de saturación a las presas esta tenderá a mantener cantidades finitas y a su vez afectará a los depredadores, pues tendrán menos alimento y el número de encuentros exitosos tomará un valor mucho más realista, es importante resaltar que la cantidad de depredadores depende del valor que se le asigne a  $K$ , debido a que si este es muy pequeño es probable que el número de depredadores tienda a cero.

Por su parte, la Fig. 2.11 expone el comportamiento que siguen los depredadores ante una cantidad finita de presas; el hecho de tener valores finitos con respecto a las presas, indica de forma directa que habrán cantidades finitas de depredadores, puesto que su existencia depende en un gran porcentaje del alimento que logren obtener (presas).

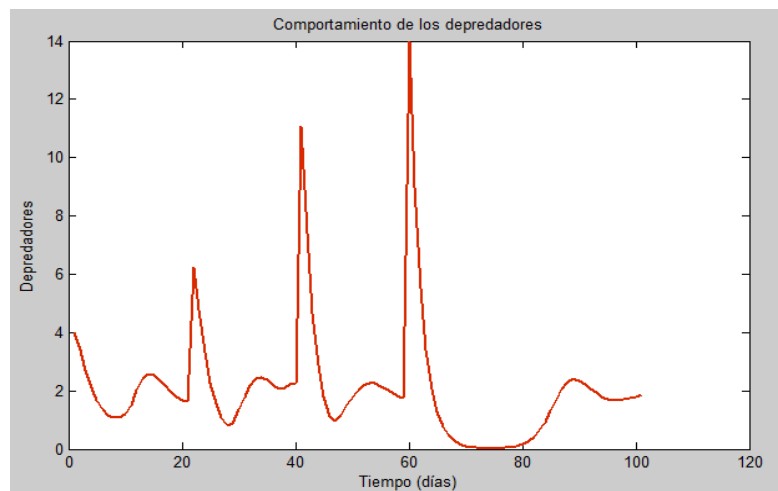


Fig. 2.11. Salida de depredadores

### 2.4.1 Implementación de un control por realimentación del estado

Para construir el control se utiliza el mismo método que se usó para la implementación del control del modelo básico; es decir, se calcula una matriz de ganancia que tendrá efecto sobre la entrada y salida de especies.

De acuerdo a los resultados del control modelado para mantener una población estable de presas y depredadores, es necesario realizar adiciones de continuas de individuos; sin embargo, tanto para presas como para depredadores, el valor de entrada es el mismo luego del séptimo día (Ver Fig. 2.12 y Fig. 2.13.).

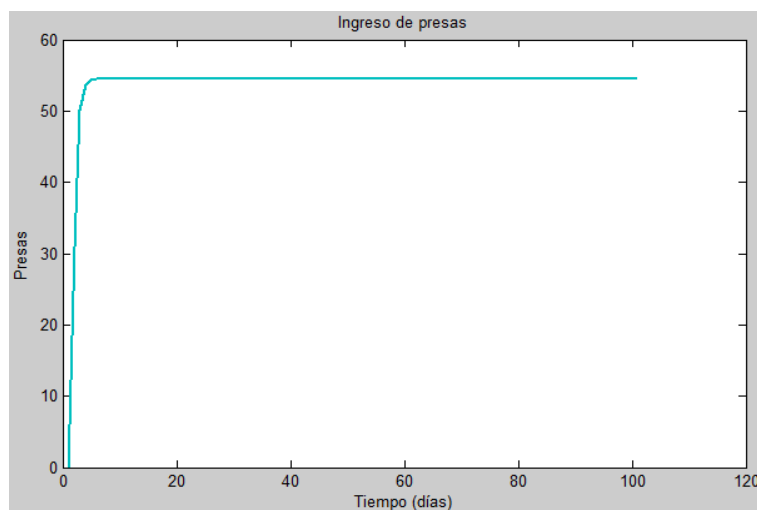


Fig. 2.12. Ingreso de presas

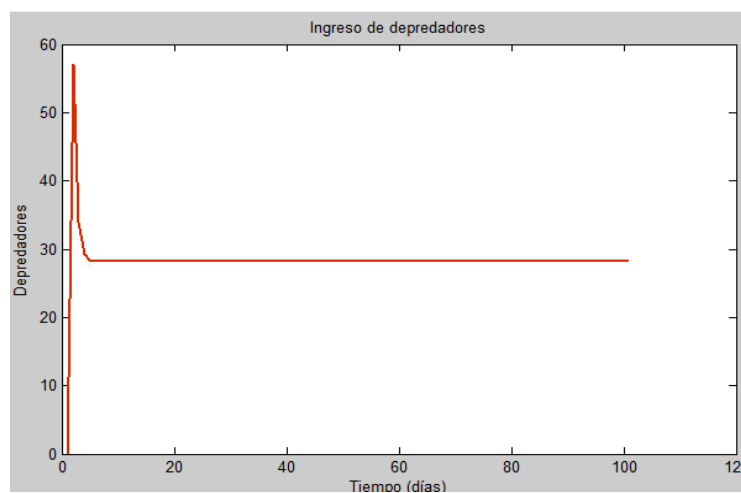


Fig. 2.13. Ingreso de depredadores

Como se mencionó anteriormente, el modelo propuesto evidencia un comportamiento en el que las presas tienden a mantener valores muy bajos con respecto a los depredadores luego de aplicar el control, esto se puede interpretar como un modelo utilizado para el control de plagas (presas), en la Fig. 2.14 se corrobora este comportamiento a pesar de la variación que se ha incorporado (saturación a las presas).

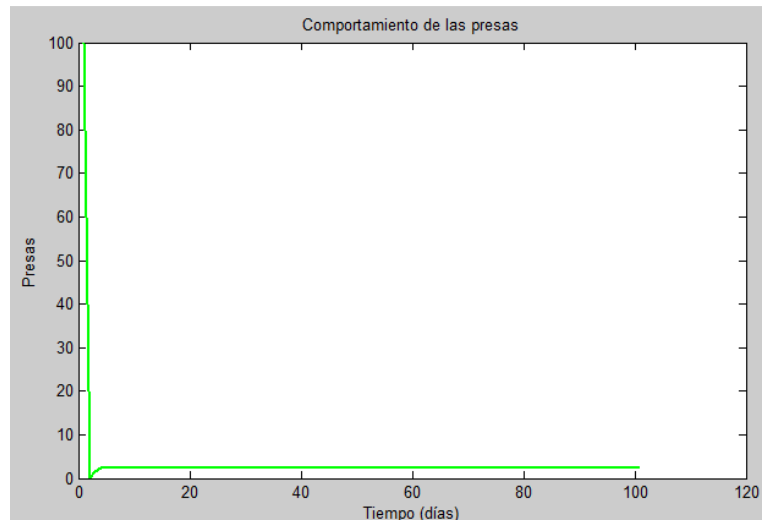


Fig. 2.14. Salida de presas

Contrario al comportamiento de las presas ante la implementación del control, los depredadores tienden a mantener un número elevado de individuos, garantizando de esta forma una alta probabilidad de encuentros exitosos y por ende el control sobre la cantidad de presas.

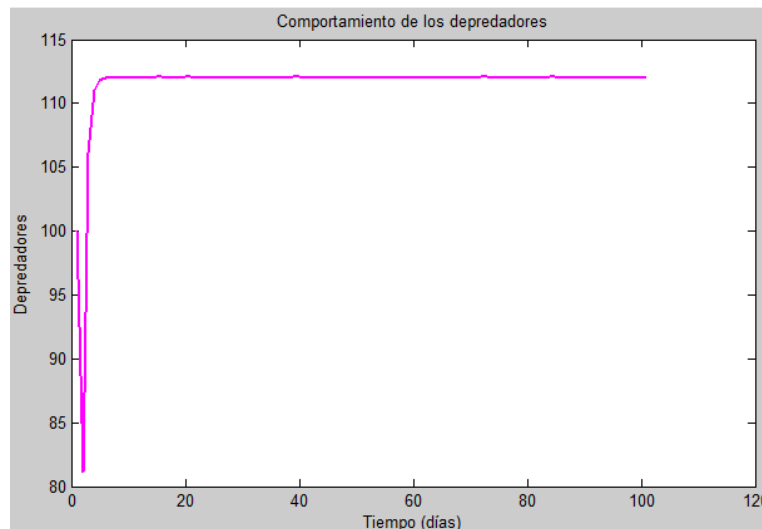


Fig. 2.15. Salida de depredadores



## 2.5 RESUMEN DEL CAPITULO

Básicamente este capítulo presenta las bases teóricas sobre el modelo presa-depredador dentro de la teoría de sistemas lineales y control. Inicialmente se realiza un detallado análisis del modelo de Lotka-Volterra, el cual permite contextualizar al lector dentro del área y definir las razones por las cuales este modelo ha sido protagonista en cientos de investigaciones biológicas; partiendo de este punto se realiza una búsqueda de trabajos realizados con este modelo dentro del área de biología y preferiblemente con la implementación de un control. Las investigaciones revisadas, en su mayoría, trabajan con datos reales e implementan un estudio detallado sobre la información que haya; sin embargo, los estudios que se hacen son puramente estadísticos y no se enfocan en la adaptación de dichos datos a algún modelo presa-depredador.

Adicionalmente, se plantea un modelo presa-depredador para ser controlado (con entradas para las presas y para los depredadores); debido a que no se encontraron datos reales que incluían entradas, se tomó un modelo de la bibliografía y se crearon algunas entradas tipo pulso, (las cuales indicaban la adición o retiro de individuos) para comprender mejor el comportamiento del sistema ante dicha variable, se realizó una simulación en la que se verificaba qué sucedía con el sistema ante la presencia de una entrada. Luego de corroborar este punto se pudo proceder a la implementación de un control que permitía mantener a un nivel estable la cantidad de presas y depredadores; con este modelo y la implementación del control por realimentación del estado se hicieron simulaciones con diferentes valores iniciales, dando como resultado un sistema capaz de representar un ecosistema en el que se desee controlar las presas.

Tal y como se procedió con el modelo básico de presa-depredador, se trabajó con un modelo de saturación de las presas; inicialmente se hace un estudio de las ecuaciones y del comportamiento del sistema, para luego proceder con la implementación de un control por realimentación del estado, para este modelo se utilizaron las entradas usadas en el modelo anterior. A diferencia del modelo anterior, éste rompe el supuesto sobre la cantidad infinita de presas, y obliga al sistema a tener un tope con respecto a ese punto; sin embargo, la acción de control se ejecuta sin problema alguno y refleja un sistema estable que desea mantener un nivel bajo de presas.

# Capítulo 3. Resultados y análisis

---

## 3.1 INTRODUCCIÓN

A partir de los datos obtenidos durante la revisión bibliográfica, se plantea un modelo presa-depredador capaz de seguir un comportamiento similar al de los datos; de igual forma, se toma un modelo de saturación de las presas, y se calculan los parámetros que proporcionan una salida similar a la real.

El proceso del cálculo de cada modelo, se realiza a través de la implementación de un algoritmo genético que se encarga de identificar los parámetros del sistema, de forma que el ajuste de las salidas obtenidas con cada modelo, sea mayor y que por ende el modelo representa el sistema de presas y depredadores que se tiene en los datos reales

## 3.2 ALGORITMO GENÉTICO (AG)

Los algoritmos genéticos fueron inventado por John Holland y sus colegas en la época de los 70's. Holland incorporó comportamientos típicos en la evolución en una técnica de algoritmos usada para resolver problemas de optimización [12].

Éstos son heurísticos adaptativos basados en el aprendizaje que operan sobre una población de individuos la cual representa el espacio de búsqueda. En cada iteración (que equivale a una generación) un nuevo conjunto de soluciones es creado a través del cruce de algunas cadenas o padres de la población actual;

en muchas ocasiones los hijos que resultan del cruce adquieren nuevas características no solo por acción de sus padres sino también por la probabilidad de mutación de ellos, este hecho permite que los conjuntos adquieran variabilidad y de esta forma el algoritmo no se quede en óptimos locales. Como se mencionó anteriormente estos algoritmos intentan replicar comportamientos naturales en que los individuos más fuertes y con mayor facilidad de adaptación son los que sobreviven, lo que equivale en este caso a decir que el grupo final de soluciones contendrá las mejores soluciones.

Aunque no se pueda garantizar que el algoritmo pueda encontrar la solución óptima del problema, es posible garantizar que éste encuentre soluciones factibles en un tiempo aceptable.

El pseudocódigo del algoritmo implementado es:

Leer Número\_de\_generaciones (iteraciones)

Generar espacio solución

**Mientras**  $n \leq \text{Número\_de\_generaciones}$

    Evaluar cada individuo del espacio solución

    Elegir los k mejores y asignarlos como padres

**Para**  $i=1:k/2$

        Cruzar padres (obtiene dos hijos por cada cruce)

            Fin\_para

**Para**  $j=1:k$

        Mutar los hijos con una probabilidad establecida

        Evaluar cada hijo mutado

        Remover los k peores individuos del espacio solución e introducir los k hijos mutados

            Fin\_para

$n=n+1$

    Fin\_mientras

    Evaluar los individuos del espacio solución

    Elegir el mejor individuo

La asignación de padres se realiza de forma determinista garantizando de esta forma que ellos sean buenas soluciones (aunque también se pueden elegir de forma aleatoria), luego de seleccionar los k mejores padres se cruzan por corte, es decir se genera un valor uniforme que determine en qué posición será cortado el padre, así el primer hijo tendrá la primera parte del padre y la segunda de la madre y al segundo hijo le corresponderán las partes sobrantes. Con el fin de obtener variabilidad, se calcula una probabilidad de mutación de los parámetros de cada hijo para proceder a incorporarlos en un nuevo espacio solución; este proceso se repite hasta que el número de generaciones se cumpla. Finalmente se tiene un espacio solución con las mejores respuestas de todo el proceso, de allí se extrae el mejor.

### 3.3 ESTIMACIÓN DE UN MODELO PRESA-DEPREDADOR BÁSICO

Para realizar la identificación del sistema a partir del algoritmo genético, es necesario tener un punto de referencia para evaluar el ajuste de los resultados obtenidos; para ello se utilizaron los siguientes datos reales:

Tiempo	Conejos	Linces	Tiempo	Conejos	Linces
0	30	4	11	40.3	8
1	47.2	6.1	12	57	12.3
2	70.2	9.8	13	76.6	19.5
3	77.4	35.2	14	52.3	45.7
4	36.3	59.4	15	19.5	51.1
5	20.6	41.7	16	11.2	29.7
6	18.1	19	17	7.6	15.8
7	21.4	13	18	14.6	9.7
8	22	8.3	19	16.2	10.1
9	25.4	9.1	20	24.7	8.6
10	27.1	7.4			

Tabla. 3.1. Datos reales (Tomada de [16])

El algoritmo fue implementado en Matlab, para el modelo descrito por las ecuaciones (2.3) y (2.4), obteniendo el siguiente modelo parametrizado:

$$\frac{dP}{dt} = 0.55P - 0.027PD \quad (3.1)$$

$$\frac{dD}{dt} = -0.83D + 0.026PD \quad (3.2)$$

Los parámetros del heurístico y el ajuste obtenido a través de la implementación de un algoritmo genético con elección determinista de padres, se muestran en la siguiente tabla:

<b>Parámetros del algoritmo con elección determinista de padres</b>	
Espacio solución	80
Generaciones	150
Probabilidad de mutación	0.6
Número de padres	70
Número de hijos por pareja	70
Ajuste de la salida de presas	76.99%
Ajuste de la salida de depredadores	75.15%

*Tabla. 3.2. Parámetros del algoritmo con elección determinista de padres y ajuste*

Al correr el algoritmo con los parámetros de la Tabla 3.2., se obtiene un ajuste bueno para ambas salidas; es decir, el error hallado entre la cantidad de individuos reales y estimados, es pequeño, permitiendo de esta forma obtener un modelo presa-depredador básico (Lotka-Volterra) capaz de describir el comportamiento de un sistema ecológico real.

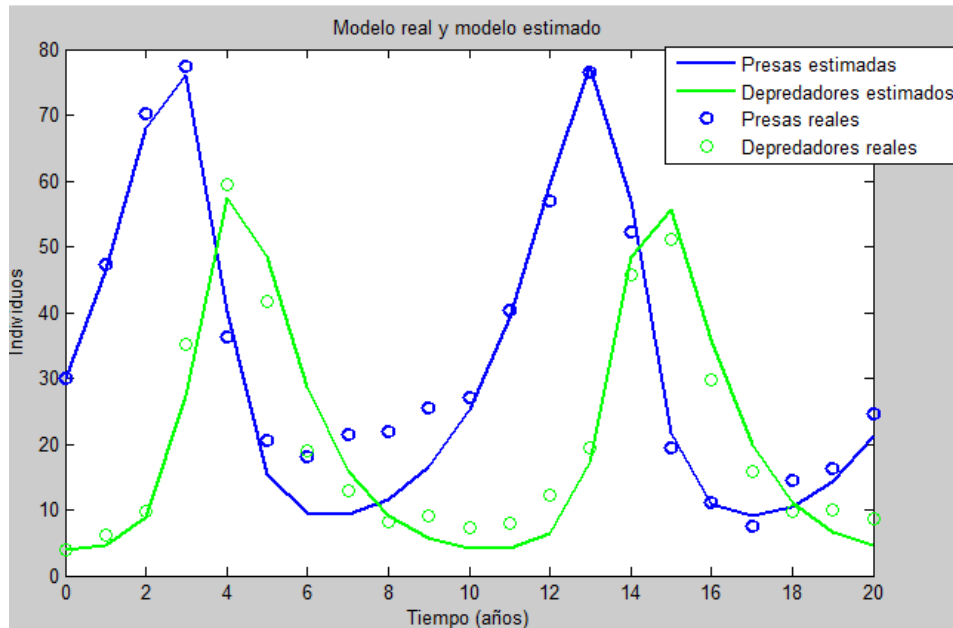


Fig. 3.1. Datos reales y modelo estimado a través de AG con elección determinista de padres

### 3.4 ESTIMACIÓN DE UN MODELO PRESA-DEPREDADOR CON SATURACIÓN EN LAS PRESAS

Además del modelo presa-depredador estimado, se implementó un algoritmo genético adicional con el fin de estimar un modelo un poco más complejo y realista como lo es el modelo con saturación en las presas explicado en el capítulo 2; el heurístico, además de estimar los cuatro parámetros anteriores, debe hallar el valor máximo (k) que pueden alcanzar las presas para conseguir un comportamiento similar el que se tiene con los datos reales (Ver Tabla 3.1.).

Al ejecutar el AG con los parámetros establecidos en la Tabla 3.3., se tiene el siguiente modelo:

$$\frac{dP}{dt} = 0.65P \left( 1 - \frac{P}{71247} \right) - 0.034PD \quad (3.3.)$$

$$\frac{dD}{dt} = -0.68D + 0.021PD \quad (3.4)$$

Parámetros del algoritmo con elección determinista de padres	
Espacio solución	80
Generaciones	60
Probabilidad de mutación	0.6
Número de padres	70
Número de hijos por pareja	70
Ajuste de la salida de presas	71.14%
Ajuste de la salida de depredadores	64.34%

Tabla. 3.3. Parámetros del algoritmo con elección determinista de padres y ajuste

Al comparar las salidas que arrojan el modelo descrito en las ecuaciones (3.3) y (3.4), junto con la gráfica de los datos reales, se observa un comportamiento similar entre el modelo real y el estimado, obteniendo de esta forma un modelo presa-depredador un poco más real y complejo en comparación con el obtenido en el numeral anterior.

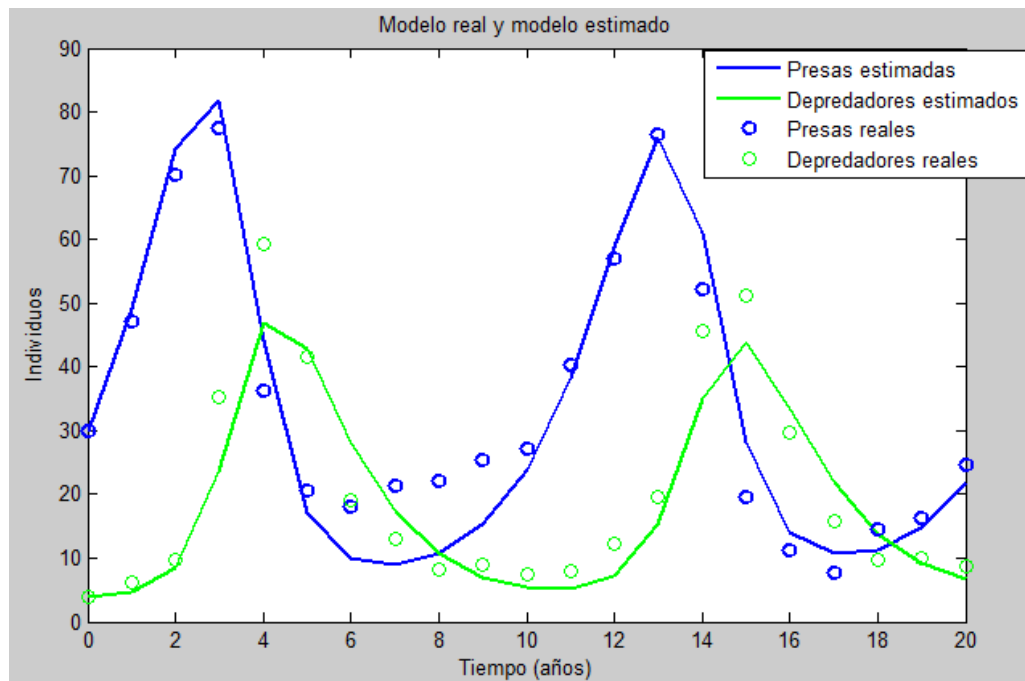


Fig. 3.2. Datos reales y modelo estimado a través de AG con elección determinista de padres

La Fig. 3.2., es una clara representación del buen ajuste del modelo obtenido; claramente los datos reales no presentan una saturación visible con respecto a la cantidad de presas, por ello el valor calculado para el modelo toma un valor altamente elevado. Por otra parte, y como era de esperarse, los parámetros de las tasas de crecimiento y decrecimiento y los que miden los encuentros exitosos, toman valores completamente diferentes a los calculados en el modelo presa-depredador básico, esto debido a que ambos modelos, a pesar de representar el mismo sistema, trabajan con supuestos diferentes.

### 3.5 RESUMEN DEL CAPÍTULO

Durante este capítulo, se realizó un breve recuento sobre el pseudocódigo y funcionamiento del algoritmo genético implementado para la estimación de los modelos presa-depredador. Luego de dejar claridad sobre esto, fueron dados a conocer los dos modelos presa-depredador, capaces de representar un comportamiento biológico real.

El primer modelo calculado hace referencia al modelo de Lotka-Volterra, éste tuvo un buen ajuste con respecto a las salidas; sin embargo, necesitó una gran cantidad de iteraciones (número de generaciones) para hallar la mejor solución. El segundo modelo (de saturación en las presas) registró un ajuste menor pero a la vez bueno, en un número pequeño de iteraciones; sin embargo, si se desea comparar ambos modelos, se obtendría una mejor representación del sistema real a través de la estimación del modelo de Lotka-Volterra, pues éste es capaz de hallar un ajuste mayor; si lo que se desea es obtener un modelo más realista se optaría por el modelo de saturación en las presas, el cual podría ser mejorado a través de la implementación de otros métodos de cruce o elección de padres dentro del AG, con el fin de lograr un ajuste más elevado en ambas salidas.

No sobra anotar que ambos modelos reflejan el mismo comportamiento entre dos especies; sin embargo, entregan parámetros y ajustes diferentes, debido a que son modelos diferentes, construidos con supuestos distintos, los cuales por un lado le proporcionan mayor simplicidad a los modelos pero poco realismo y viceversa.



# Capítulo 4. Conclusiones y recomendaciones

---

De acuerdo a la bibliografía visitada, se hallaron muchas investigaciones en que se analizaban sistemas presa-depredador reales; sin embargo, el trabajo hecho en esta área ha sido puramente estadístico o informativo, a pesar de la gran necesidad de la implementación de un control que requieren muchos ecosistemas. Ante dicha ausencia se encontró la posibilidad de tomar un sistema biológico bastante conocido e introducirlo en el ambiente del control con el fin de no solo obtener un estudio novedoso sino también resultados útiles y que a su vez puedan ser validados; sin embargo, dentro de la bibliografía los datos reales expuestos eran escasos y en ninguno de los casos se halló información que involucrara una entrada en el sistema para así construir un control, debido a esto la implementación del controlador al sistema real fue imposible de llevar a cabo; no obstante, se realizaron algunas pruebas con modelos ficticios, obteniendo resultados aparentemente buenos. Con respecto a este punto, se propone continuar con la revisión bibliográfica o conexión con personas familiarizadas con el tema, para así acceder a datos en los que sea posible construir una entrada real y de esta forma poder proponer un control.

Por otro lado, a partir de los datos obtenidos se implementó un algoritmo genético encargado de hallar los parámetros de dos tipos de modelos: el modelo de Lotka-Volterra, el cual solo necesita cuatro parámetros (tasa de crecimiento de las presas, tasa de decrecimiento de los depredadores, encuentros exitosos de la presa con el depredador y encuentros exitosos del depredador con la presa), éstos fueron estimados obteniendo un modelo con un ajuste aceptable (79.99% y 75.15%); el segundo modelo fue el de saturación de las presas, que necesitaba los cuatro parámetros mencionados anteriormente junto con una variable que indica la cantidad máxima permitida para las presas; este modelo, al igual que el anterior, entregó resultados con un buen ajuste para ambas salidas (71.14% y 64.34%). Los ajustes obtenidos para ambos modelos pueden mejorarse realizando cambios dentro del AG y otorgándole un mayor grado de

complejidad en ciertos procesos, también es posible realizar la estimación de modelos más complejos y por ende más reales.

Los resultados obtenidos son satisfactorios debido a que se lograron estimar dos modelos capaces de representar un comportamiento real de dos especies que actúan como presa y depredador.

Dentro de los anexos se incluyen los códigos de los AG ejecutados en Matlab

## 4.1 AG PARA EL MODELO DE LOTKA-VOLTERRA

```
y1=[30 47.2 70.2 77.4 36.3 20.6 18.1 21.4 22 25.4
27.1 40.3 57 76.6 52.3 19.5 11.2 7.6 14.6 16.2
24.7]';
y2=[4 6.1 9.8 35.2 59.4 41.7 19 13 8.3 9.1 7.4 8 12.3
19.5 45.7 51.1 29.7 15.8 9.7 10.1 8.6]';
num_generaciones=input('Ingrese el número de generaciones');
indiv=input('Ingrese la cantidad de individuos por población');
num_padres=input('Ingrese el número de padres');
esp_sol=0.01 + (1-0.01) * rand(indiv,4);
aux_e=esp_sol;
generacion=0;
mut=input('Ingrese la probabilidad de mutación para los hijos');
met_padre=input('1 para determinista, 2 para aleatorio');
while generacion <=num_generaciones;
    aux_e=esp_sol;
    for i=1:indiv
        a_est=esp_sol(i,1);
        c_est=esp_sol(i,3);
        d_est=esp_sol(i,4);
        b_est=esp_sol(i,2);
        sim('Mod_conejos_estimar')
        y1_est=yp;
        y2_est=yd;
```

```

        e1=y1-y1_est;
        e2=y2-y2_est;
        V(i)=0.5*sum(e1.^2+e2.^2);
        cont(i)=i;
    end
if met_padre==1;
    conj=[V', cont'];
    mejor_padre=sortrows(conj);

    for ty=1:indiv
        esp_sol(ty,:)=aux_e(mejor_padre(ty,2),:);
    end
    for k=1:num_padres
        padre(k,:)=esp_sol(k,:);
        V_padres(k)=mejor_padre(k,1);
    end
    for kk=1:num_padres
        esp_sol(1,:)=[];
    end
    cont_padres=num_padres/2;
else
    numero=0;
    while numero<num_padres
        aleatorio=unidrnd(indiv-numero);
        padre(numero+1,:)=esp_sol(aleatorio,:);
        esp_sol(aleatorio,:)=[];
        numero=numero+1;
        V_padres(numero)=V(aleatorio);
    end
    cont_padres=num_padres/2;
end
auxiliar_padres=padre;
while cont_padres>0
    corte=unidrnd(3);
    for q=1:corte
        hijo1(cont_padres,q)=auxiliar_padres(1,q);
        hijo2(cont_padres,q)=auxiliar_padres(2,q);
    end
    for p=corte+1:length(padre(1,:))
        hijo1(cont_padres,p)=auxiliar_padres(2,p);
        hijo2(cont_padres,p)=auxiliar_padres(1,p);
    end
    auxiliar_padres(1,:)=[];
    auxiliar_padres(1,:)=[];
    cont_padres=cont_padres-1;
end
hijos=[hijo1;hijo2];
[filas,col]=size(hijos);
vector_mutacion=rand(filas,4);
for w=1:filas
    if vector_mutacion(w,1)<=mut
        hijos_mutados(w,1)=0.01 + (1-0.01) * rand;
    end
end

```

```

else
    hijos_mutados(w,1)=hijos(w,1);
end
if vector_mutacion(w,2)<=mut
    hijos_mutados(w,2)=0.01 + (0.7-0.01) * rand;
else
    hijos_mutados(w,2)=hijos(w,2);
end
if vector_mutacion(w,3)<=mut
    hijos_mutados(w,3)=0.01 + (1-0.01) * rand;
else
    hijos_mutados(w,3)=hijos(w,3);
end
if vector_mutacion(w,4)<=mut
    hijos_mutados(w,4)=0.01 + (0.7-0.01) * rand;
else
    hijos_mutados(w,4)=hijos(w,4);
end
a_est=hijos_mutados(w,1);
b_est=hijos_mutados(w,2);
c_est=hijos_mutados(w,3);
d_est=hijos_mutados(w,4);
sim('Mod_conejos_estimar');
y1_hijoest=yp;
y2_hijoest=yd;
e1_hijoest=y1-y1_hijoest;
e2_hijoest=y2-y2_hijoest;
E(w)=0.5*sum(e1_hijoest.^2+e2_hijoest.^2);
end
conjuncion=[V_padres',padre;E',hijos_mutados];
mejores=sortrows(conjuncion);
mejores(:,1)=[];
for m=(indiv-num_padres+1):indiv
    esp_sol(m,:)=mejores(m-(indiv-num_padres),:);
end
generacion=generacion+1;
end
for u=1:indiv
    a_est=esp_sol(u,1);
    b_est=esp_sol(u,2);
    c_est=esp_sol(u,3);
    d_est=esp_sol(u,4);
    sim('Mod_conejos_estimar');
    y1_opt=yp;
    y2_opt=yd;
    e1_opt=y1-y1_opt;
    e2_opt=y2-y2_opt;
    V_opt(u)=0.5*sum(e1_opt.^2+e2_opt.^2);
end
y1_media=34.55;
y2_media=20.75;
org=sortrows([V_opt',esp_sol]);

```

```

[m,f]=min(V_opt');
sol=esp_sol(f,:);
a_est=sol(1,1); b_est=sol(1,2); c_est=sol(1,3); d_est= sol(1,4);
sim('Mod_conejos_estimar');
y1_final=yp;
y2_final=yd;
a1=1-(norm(y1-y1_final))/(norm(y1-y1_media));
a2=1-(norm(y2-y2_final))/(norm(y2-y2_media));
T=(0:20);
figure(1)
plot(T,y1_final,'b',T,y2_final,'g',T,y1,'ob',T,y2,'og');

```

## 4.2 AG PARA EL MODELO DE SATURACIÓN DE PRESAS

```

y1=[30 47.2 70.2 77.4 36.3 20.6 18.1 21.4 22 25.4
27.1 40.3 57 76.6 52.3 19.5 11.2 7.6 14.6 16.2
24.7]';
y2=[4 6.1 9.8 35.2 59.4 41.7 19 13 8.3 9.1 7.4 8 12.3
19.5 45.7 51.1 29.7 15.8 9.7 10.1 8.6]';
num_generaciones=input('Ingrese la cantidad de generaciones');
indiv=input('Ingrese la cantidad de individuos en el espacio solución');
num_padres=input('Ingrese la cantidad de padres');
esp_sol=[0.01 + (1-0.01) * rand(indiv,4), 20000 + (100000-20000) *
rand(indiv,1)];
aux_e=esp_sol;
generacion=0;
mut=input('Ingrese la probabilidad de mutación');
met_padre=input('1 para determinista, 0 para aleatorio');
while generacion <=num_generaciones
    aux_e=esp_sol;
    for i=1:indiv
        a_est=esp_sol(i,1);
        c_est=esp_sol(i,3);
        d_est=esp_sol(i,4);
        b_est=esp_sol(i,2);
        k_est=esp_sol(i,5);
        sim('mod_limitadoid')
        y1_est=yp;
        y2_est=yd;
        e1=y1-y1_est;
        e2=y2-y2_est;
        V(i)=0.5*sum(e1.^2+e2.^2);
        cont(i)=i;
    end
    if met_padre==1;
        conj=[V', cont'];
        mejor_padre=sortrows(conj);

```

```

for ty=1:indiv
    esp_sol(ty,:)=aux_e(mejor_padre(ty,2),:);
end
for k=1:num_padres
    padre(k,:)=esp_sol(k,:);
    V_padres(k)=mejor_padre(k,1);
end
for kk=1:num_padres
    esp_sol(1,:)=[];
end
cont_padres=num_padres/2;
else
    numero=0;
    while numero<num_padres
        aleatorio=unidrnd(indiv-numero);
        padre(numero+1,:)=esp_sol(aleatorio,:);
        esp_sol(aleatorio,:)=[];
        numero=numero+1;
        V_padres(numero)=V(aleatorio);
    end
    cont_padres=num_padres/2;
end
auxiliar_padres=padre;
while cont_padres>0
    corte=unidrnd(4);
    for q=1:corte
        hijo1(cont_padres,q)=auxiliar_padres(1,q);
        hijo2(cont_padres,q)=auxiliar_padres(2,q);
    end
    for p=corte+1:length(padre(1,:))
        hijo1(cont_padres,p)=auxiliar_padres(2,p);
        hijo2(cont_padres,p)=auxiliar_padres(1,p);
    end
    auxiliar_padres(1,:)=[];
    auxiliar_padres(2,:)=[];
    cont_padres=cont_padres-1;
end
hijos=[hijo1;hijo2];
[fila,col]=size(hijos);
vector_mutacion=rand(fila,5);
for w=1:fila
    if vector_mutacion(w,1)<=mut
        hijos_mutados(w,1)=0.01 + (1-0.01) * rand;
    else
        hijos_mutados(w,1)=hijos(w,1);
    end
    if vector_mutacion(w,2)<=mut
        hijos_mutados(w,2)=0.01 + (1-0.01) * rand;
    else
        hijos_mutados(w,2)=hijos(w,2);
    end
    if vector_mutacion(w,3)<=mut

```

```

        hijos_mutados(w,3)=0.01 + (1-0.01) * rand;
else
    hijos_mutados(w,3)=hijos(w,3);
end
if vector_mutacion(w,4)<=mut
    hijos_mutados(w,4)=0.01 + (1-0.01) * rand;
else
    hijos_mutados(w,4)=hijos(w,4);
end
if vector_mutacion(w,5)<=mut
    hijos_mutados(w,5)=20000 + (100000-20000) * rand;
else
    hijos_mutados(w,5)=hijos(w,5);
end
a_est=hijos_mutados(w,1);
b_est=hijos_mutados(w,2);
c_est=hijos_mutados(w,3);
d_est=hijos_mutados(w,4);
k_est=hijos_mutados(w,5);
sim('mod_limitadoid');
y1_hijoest=yp;
y2_hijoest=yd;
e1_hijoest=y1-y1_hijoest;
e2_hijoest=y2-y2_hijoest;
E(w)=0.5*sum(e1_hijoest.^2+e2_hijoest.^2);
end
conjuncion=[V_padres',padre;E',hijos_mutados];
mejores=sortrows(conjuncion);
mejores(:,1)=[];
for m=(indiv-num_padres+1):indiv
    esp_sol(m,:)=mejores(m-(indiv-num_padres),:);
end
generacion=generacion+1;
end
for u=1:indiv
    a_est=esp_sol(u,1);
    b_est=esp_sol(u,2);
    c_est=esp_sol(u,3);
    d_est=esp_sol(u,4);
    k_est=esp_sol(u,5);
    sim('mod_limitadoid');
    y1_opt=yp;
    y2_opt=yd;
    e1_opt=y1-y1_opt;
    e2_opt=y2-y2_opt;
    V_opt(u)=0.5*sum(e1_opt.^2+e2_opt.^2);
end
y1_media=34.55;
y2_media=20.75;
org=sortrows([V_opt',esp_sol]);
[m,f]=min(V_opt');
sol=esp_sol(f,:);

```



```
a_est=sol(1,1); b_est=sol(1,2); c_est=sol(1,3); d_est= sol(1,4);
sim('mod_limitadoid');
y1_final=yp;
y2_final=yd;
a1=1-((norm(y1-y1_final))/(norm(y1-y1_media)));
a2=1-((norm(y2-y2_final))/(norm(y2-y2_media)));
T=(0:20);
figure(1)
plot(T,y1_final,'b',T,y2_final,'g',T,y1,'ob',T,y2,'og');
```

# Bibliografía

---

- [1] Burnett T., "A model of Host-Parasite Interaction", Proceedings Tenth International Congress of Entomology, Vol. 2, pp 679-686, 1958.
- [2] Del Mónaco C., Villamizar E., Narciso S., "Tasa de depredación de *Coralliophila abbreviata* (Neogastropoda: Coralliophilidae) sobre algunas especies coralinas del Parque Nacional Morrocoy, Venezuela", Revista de Biología Tropical, Vol. 56, pp 235-246, 2008.
- [3] Griffiths D., "Prey availability and the food of predators", Ecology, Vol. 56, No. 5, pp 1209-1214, 1975.
- [4] Guerra L., Zapata C., "Preferencia y eficacia de *Notonecta indica* (Notonectidae) para diferentes instares larvales de *Aedes aegypti* (Culicidae)", Universidad Nacional de Colombia. Editorial Pontificia Universidad Javeriana, 2006.
- [5] Isaza J., Campos D., "Ecología: Una mirada desde los Sistemas Dinámicos", Primera Edición, Editorial Pontificia Universidad Javeriana, 2006.
- [6] Katz, C., "A Nonequilibrium Marine Predator-Prey Interaction", Ecological Society of America, Vol. 66, pp 1426-1438, 1985.
- [7] McArdle B., Lawton J., "Effects of prey size and predator instar on the predation of *Daphnia* by *Notonecta*", Ecological Entomology, Vol.4, pp 267-275, 1979.
- [8] Miranda I., Ramos M., "Estudio matemático del crecimiento de ácaros tetraníquidos en condiciones de campo. Relación presa-depredador", Revista Investigación Operacional, Vol. 23, No.1, pp 65-72, 2002.
- [9] Palazón J., Modelo de dinámica de dos poblaciones: depredación. <http://fobos.bio.um.es/palazon>. Consultado el 20 de agosto de 2009.
- [10] Preisser E., Bolnick D., Benard M., "Scared to death? The effects of intimidation and consumption in predator-prey interactions", Ecology, Vol. 86, No. 2, pp 501-509, 2005.

- [11] Saavedra E., Flórez E., Fernández C., "Capacidad de depredación y comportamiento de *Alpaida veniliae* (Araneae: Araneidae) en el cultivo de arroz", *Revista Colombiana de Entomología*, Vol. 33, No.1, pp 74-76, 2007.
- [12] Sait, S; Youssef, H. "Iterative Computer Algorithms with Applications in *Engineering*". Pp 53-59, 109-145. Computer Society. California.1999
- [13] Solé J., "Depredaciones de zorro *Vulpes Vulpes* sobre búho *Bubo Bubo* en un área del Litoral Ibérico", *Ardeola*, Vol. 47, No. 1, pp 97-99, 2000.
- [14] Solow A., Sherman K., "Testing for Stability in a Predator-Prey System", *Ecological Society of America*, Vol. 78, No.8, pp 2624-2627, 1997.
- [15] Stewart J., "Cálculo Conceptos y Contextos", Cuarta Edición, Internations Thomson Editores,1998.
- [16] "Modelo Lotka-Volterra", *Práctica 5*, pp 59-69